

Capitolul 5

Reglatoare automate continue

Rolul cel mai important în structura unui sistem de reglare automată îl are regulatorul automat (controlerul), acesta având și structura cea mai complexă.

Regulatorul automat prelucrează abaterea $\varepsilon(t)$ și/sau mărimea de reacție $y_r(t)$ a sistemului de reglare și furnizează la ieșire mărimea de comandă, $u(t)$.

Dependența dintre mărimea de comandă $u(t)$ și mărimea de intrare în regulator poartă numele de „legea reglării” și definește regulatorul din punct de vedere funcțional.

5.1. Poziția regulatorului în sistemul de reglare automată

În structura unui sistem de reglare automată, regulatorul poate fi amplasat pe calea directă și/sau pe calea de reacție. În această situație, mărimile de intrare în regulator sunt diferite, așa cum este prezentat în Fig.5.1.

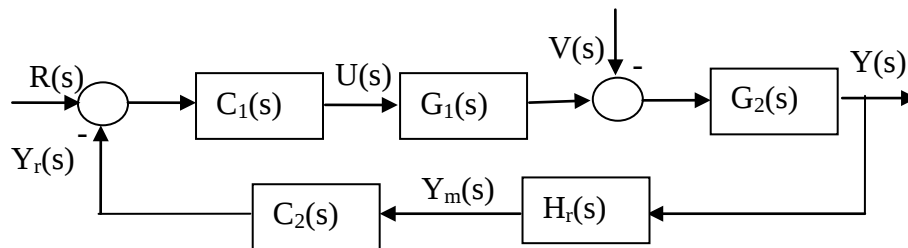


Fig.5.1.

În această situație, controlerul $C_1(s)$, aflat pe calea directă prelucrează abaterea, iar controlerul $C_2(s)$ aflat pe calea de reacție prelucrează mărimea de măsură $y_m(t)$ obținută la ieșirea traductorului având funcția de transfer $H_r(s)$.

Există situații în care regulatorul este format din mai multe elemente care prelucrează abaterea sau mărimea de reacție, ca în Fig.5.2. În această situație, controlerele $C_1(s)$ și $C_2(s)$ prelucrează abaterea, iar controlerul $C_3(s)$ prelucrează mărimea de reacție $y_r(t)$.

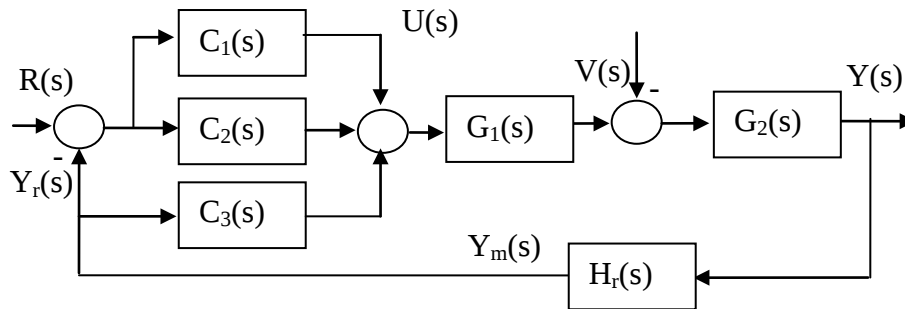


Fig.5.2.

5.2. Reglatoare automate analogice. Principii constructive

Denumirea de regulator automat se atribuie reglatoarelor ce prelucrează mărimea de intrare după o lege de reglare standard. Acțiunile care stau la baza acestor legi de reglare standard sunt, în principal, de trei tipuri: proporționale, integrale și derivativă.

Un regulator automat folosește, în general, una sau mai multe dintre acțiunile de bază, în diverse combinații, rezultând legi de reglare cu acțiune proporțională (de tip P), proporțional-integratoare (de tip PI), proporțional-derivativă (de tip PD) sau proporțional-integrator-derivativă (de tip PID).

În general, prin noțiunea de regulator se înțelege blocul capabil să furnizeze mărimea de comandă $u(t)$ prin prelucrarea, conform unei anumite legi de reglare, a mărimii de intrare.

Pentru realizarea reglatoarelor automate electronice cel mai frecvent sunt folosite amplificatoarele operaționale. Acestea au un factor de amplificare în buclă deschisă, A , de ordinul sutelor de mii, impedanța de intrare foarte mare, iar prin asocierea cu circuite de corecție pe reacție și pe intrare pot fi obținute comportări corespunzătoare legilor de reglare menționate.

5.2.1. Structura generală a unui regulator realizat cu amplificator operațional

Structura generală a unui regulator realizat cu amplificator operațional este dată în Fig.5.3.

În situația prezentată, intrarea (+) a amplificatorului operațional, numită și intrare neinversoare, este conectată la masă.

Semnalul de intrare se aplică prin intermediul impedanței $Z_1(s)$ pe intrarea (-) a amplificatorului operațional, numită și intrare inversoare, iar amplificatorul se numește inversor.

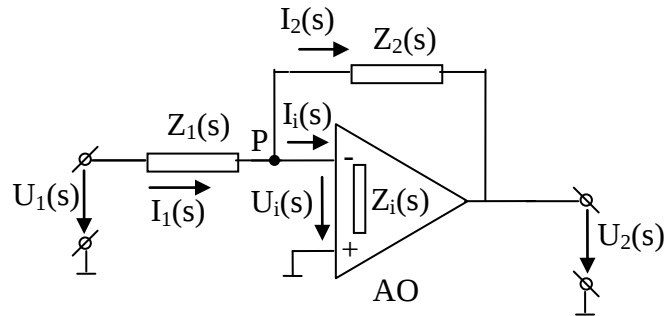


Fig.5.3.

Dacă scriem prima lege a lui Kirchoff în punctul P, avem:

$$I_1(s) = I_i(s) + I_2(s) \quad (5.1)$$

Curenții corespunzători au expresiile:

$$I_1(s) = \frac{U_1(s) - U_i(s)}{Z_1(s)} \quad (5.2)$$

$$I_2(s) = \frac{U_i(s) - U_2(s)}{Z_2(s)} \quad (5.3)$$

$$I_i(s) = \frac{U_i(s)}{Z_i(s)} \quad (5.4)$$

Amplificatorul fiind inversor, avem:

$$U_2(s) = -A \cdot U_i(s). \quad (5.5)$$

Înlocuind, obținem:

$$\frac{U_1(s) + \frac{U_2(s)}{A}}{Z_1(s)} = -\frac{\frac{U_2(s)}{A} + U_2(s)}{Z_2(s)} - \frac{U_2(s)}{Z_i(s)} \quad (5.6)$$

Rezultă:

$$U_1(s) = -Z_1(s)U_2(s) \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{AZ_2(s)} + \frac{1}{Z_2(s)} + \frac{1}{AZ_i(s)} \right) \quad (5.7)$$

Funcția de transfer a regulatorului este:

$$C(s) = -\frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \frac{1}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{Z_2(s)}{Z_i(s)} + \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \right)} \quad (5.8)$$

Factorul de amplificare fiind foarte mare, avem:

$$A \gg \left| 1 + \frac{Z_2(s)}{Z_i(s)} + \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \right| \quad (5.9)$$

și putem aproxima funcția de transfer a regulatorului prin:

$$C(s) = -\frac{U_2(s)}{U_1(s)} \cong \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \quad (5.10)$$

Deoarece amplificarea A este foarte mare, putem scrie că:

$$U_i(s) = -\frac{U_2(s)}{A} \cong 0 \quad (5.11)$$

deci putem considera că punctul P este legat la masă.

Dacă semnalul de intrare se aplică pe intrarea neinversoare, structura regulatorului devine ca în Fig.5.4.

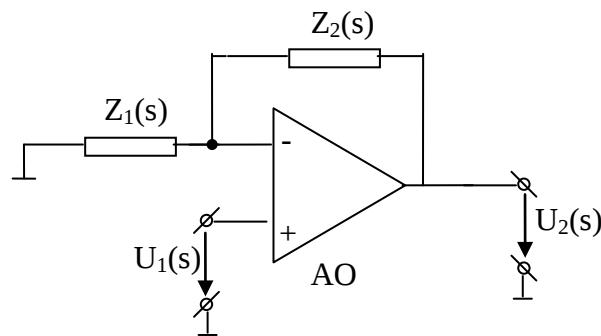


Fig.5.4.

Deoarece $U_i(s) \cong 0$, putem spune că potențialul de pe intrarea neinversoare este egal cu potențialul de pe intrarea inversoare, deci:

$$U_+(s) = U_1(s) \quad (5.12)$$

$$U_-(s) = \frac{Z_1(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} U_2(s) \quad (5.13)$$

Avem $U_+(s) = U_-(s)$ și deci, funcția de transfer a regulatorului se poate scrie:

$$C(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = 1 + \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \quad (5.14)$$

Pentru această structură a regulatorului, impedanța de intrare este foarte mare.

În funcție de configurația impedanțelor de intrare și de reacție pot fi obținute diferitele tipuri de reglatoare.

5.3. Regulatorul cu acțiune proporțională, P

Legea de reglare pentru un regulator de tip P este de forma:

$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + u_0 \quad (5.15)$$

unde:

K_p = factor de amplificare.

Această lege de reglare poate fi dată sub forma:

$$u(t) = \frac{1}{B_p} \varepsilon(t) \quad (5.16)$$

unde :

$B_p \%$ = Banda de proporționalitate.

dată de relația:

$$B_p \% = \frac{100}{K_p} \frac{\text{domeniul } u(t)}{\text{domeniul } \varepsilon(t)} \quad (5.17)$$

Dacă $u(t)$ și $\varepsilon(t)$ au același domeniu de variație, atunci:

$$B_p \% = \frac{100}{K_p} \quad (5.18)$$

Pentru o variație treaptă unitară a abaterii $\varepsilon(t) = 1(t)$, mărimea de comandă este:

$$u(t) = K_p 1(t) = K_p, \quad t \geq 0. \quad (5.19)$$

Răspunsul indicial al regulatorului de tip P, pentru $K_p > 1$, este reprezentat în Fig.5.5.

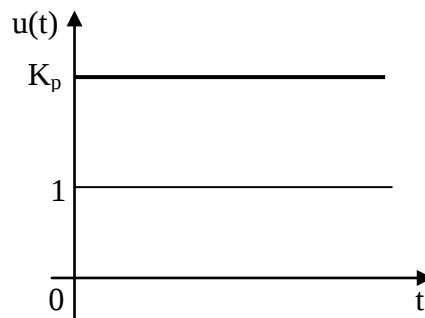


Fig.5.5.

Dacă abaterea are o variație armonică $\varepsilon(t) = \sin \omega t$, atunci mărimea de comandă este:

$$u(t) = K_p \sin \omega t \quad (5.20)$$

Se observă că $u(t)$ este tot o mărime armonică, în fază cu abaterea, având aceeași pulsație, dar amplitudine diferită.

Funcția de transfer este:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \quad (5.21)$$

Răspunsul la frecvență este:

$$C(j\omega) = K_p \quad (5.22)$$

Locul de transfer este un punct pe axa reală, ca în Fig.5.6.

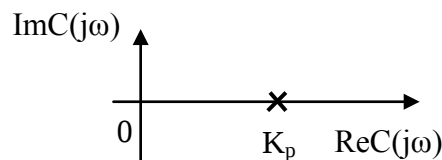


Fig.5.6.

Caracteristicile Bode sunt:

$$\begin{aligned} C_{dB}(\omega) &= 20 \lg C(\omega) = 20 \lg K_p \\ \varphi(\omega) &= 0 \end{aligned} \quad (5.23)$$

Reprezentarea acestor caracteristici, pentru $K_p > 1$, este dată în Fig.5.7.

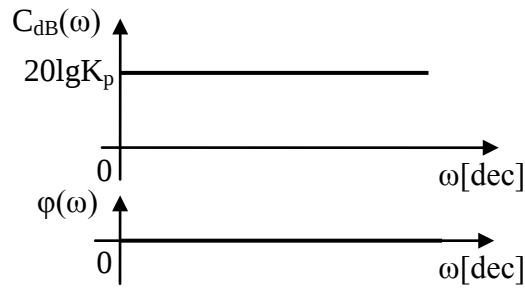


Fig.5.7.

Un regulator de tip P introdus pe calea directă a unui sistem de reglare automată, pentru $K_p > 1$, mărește factorul de amplificare al sistemului deschis, mărește banda de trecere, diminuează eroarea staționară și micșorează rezerva de stabilitate.

Acest tip de regulator se folosește atunci când precizia impusă în funcționarea sistemului permite existența unei abateri.

5.3.1. Regulator proporțional ideal realizat cu amplificator operațional

Realizarea fizică a unui regulator de tip P ideal folosind un amplificator operațional este dată în Fig.5.8.

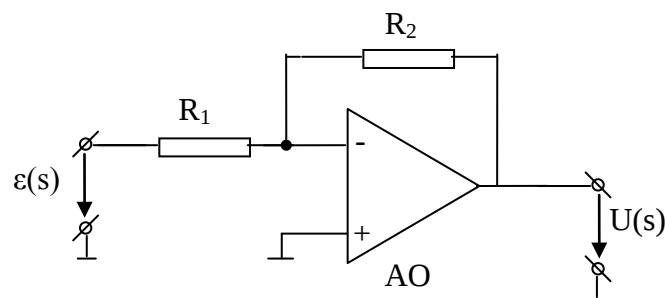


Fig.5.8.

Funcția de transfer este:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{R_2}{R_1} = K_p \quad (5.24)$$

5.3.2. Regulator proporțional real realizat cu amplificator operațional

În realitate, comportarea este cu întârziere, rezultând pentru un regulator de tip P real structura din Fig.5.9.

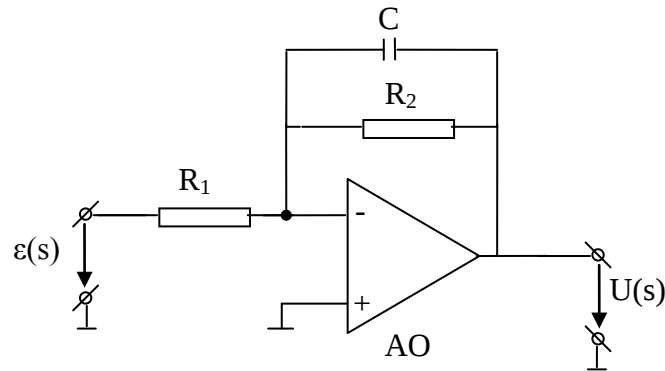


Fig.5.9.

Avem:

$$\begin{aligned} Z_1(s) &= R_1; \\ Z_2(s) &= R_2 \parallel \frac{1}{sC}; \quad \frac{1}{Z_2(s)} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{1/sC} \end{aligned} \quad (5.25)$$

Rezultă:

$$Z_2(s) = \frac{R_2}{1 + sCR_2} \quad (5.26)$$

Funcția de transfer este:

$$C(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + sCR_2} \quad (5.27)$$

Se notează:

$$K_p = \frac{R_2}{R_1}, \text{ factorul de amplificare și} \quad (5.28)$$

$$T = R_2 C \text{ [s]}, \text{ constanta de timp,} \quad (5.29)$$

și se obține:

$$C(s) = \frac{K_p}{1 + Ts} \quad (5.30)$$

Rezultă că regulatorul P real se comportă ca un element cu întârziere de ordinul I.

5.4. Regulatorul cu acțiune proporțională integratoare, PI

Regulatorul de tip PI îmbină acțiunea proporțională cu cea integratoare.

În funcție de modul de realizare fizică, putem avea o structură serie sau paralel, legile de reglare fiind de forma:

$$u(t) = K_p \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt \right) \quad (5.31)$$

pentru structura serie și

$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt \quad (5.32)$$

pentru structura paralel.

În aceste legi de reglare:

K_p = factorul de amplificare,

$T_i = \frac{1}{K_i}$ = timpul de integrare,

K_i = coeficientul de integrare

Prezența componenței integrale pe calea directă asigură o creștere sau o descreștere în timp a mărimii de comandă, fapt care face posibilă anularea erorii.

Funcțiile de transfer corespunzătoare sunt:

$$C_1(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (5.33)$$

pentru structura serie și:

$$C_1(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p + \frac{1}{sT_i} \quad (5.34)$$

pentru structura paralel.

Structurile reguletoarelor au aspectul dat în Fig.5.10 (pentru regulatorul serie) și în Fig.5.11 (pentru regulatorul paralel).

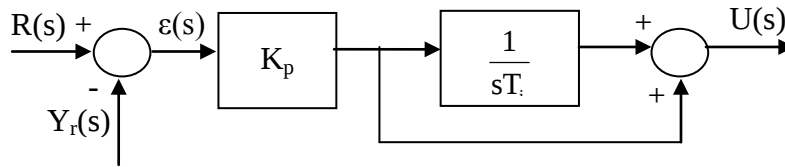


Fig.5.10.

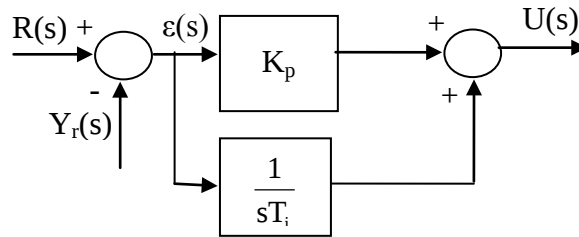


Fig.5.11.

Dacă se consideră structura serie, atunci răspunsul indicial al regulatorului PI este:

$$u(t) = K_p \left(1(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t 1(t) dt \right) \quad (5.35)$$

adică:

$$u(t) = K_p \left(1 + \frac{t}{T_i} \right) \quad (5.36)$$

Răspunsul indicial are aspectul dat în Fig.5.12.

Timpul de integrare este definit ca fiind timpul în care mărimea de ieșire variază cu valoarea $K_p \varepsilon(t)$, abaterea fiind constantă.

Dacă abaterea este armonică:

$$\varepsilon(t) = \sin \omega t \quad (5.37)$$

atunci:

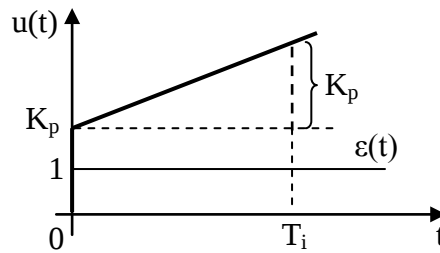


Fig.5.12.

$$u(t) = K_p \left(\sin \omega t + \frac{1}{T_i} \int_0^t \sin \omega t dt \right) \quad (5.38)$$

adică:

$$u(t) = K_p \left(\sin \omega t - \frac{1}{T_i} \cos \omega t \right) \quad (5.39)$$

Se notează:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{T_i \omega} \quad (5.40)$$

Deci:

$$u(t) = K_p \sqrt{1 + \omega^2 T_i^2} \sin(\omega t - \varphi) \quad (5.41)$$

Rezultă că regulatorul PI introduce un defazaj în urmă a mărimii de comandă în raport cu abaterea, fapt care conduce la înrăutățirea comportării dinamice a sistemului.

Pentru acest regulator, funcția de transfer este:

$$C_1(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{s T_i} \right) \quad (5.42)$$

Răspunsul la frecvență este:

$$C_1(j\omega) = K_p \left(1 + \frac{1}{j\omega T_i} \right) \quad (5.43)$$

partea reală și imaginară a funcției de transfer având aspectul:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} C_1(j\omega) &= K_p \\ \operatorname{Im} C_1(j\omega) &= -K_p \frac{1}{\omega T_i} \end{aligned} \quad (5.44)$$

Locul de transfer este dat în Fig.5.13.

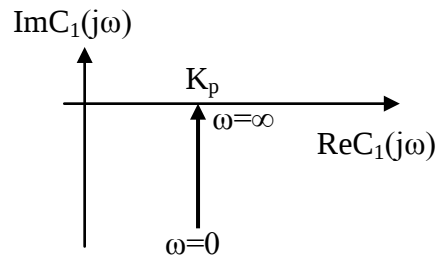


Fig.5.13.

Caracteristicile Bode sunt:

$$\begin{aligned} C_{1dB}(\omega) &= 20 \lg C_1(\omega) = 20 \lg K_p + \\ &+ 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_i^2} - 20 \lg(\omega T_i) \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\varphi(\omega) = - \arctg \frac{1}{\omega T_i} \quad (5.46)$$

Reprezentarea acestor caracteristici este dată în Fig.5.14.

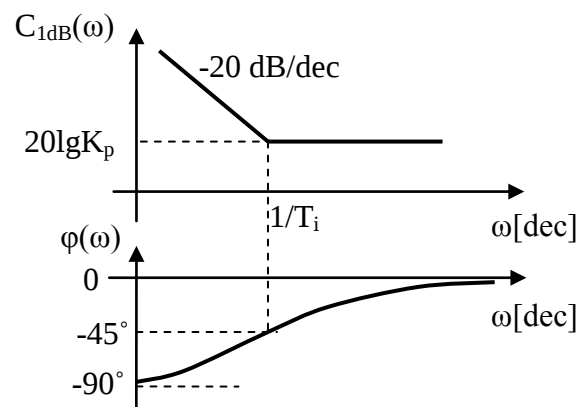


Fig.5.14.

Asimptota de joasă frecvență a caracteristicii atenuare-frecvență are o pantă de -20 [dB/dec]. Argumentul are valori negative, pornind de la -90° pentru frecvențe joase și evoluează către 0° pentru frecvențe înalte.

5.4.1. Regulator proporțional integrator ideal realizat cu amplificator operațional

O structură de regulator PI ideal conține drept impedanță de reacție o structură RC serie, așa cum este prezentat în Fig.5.15.

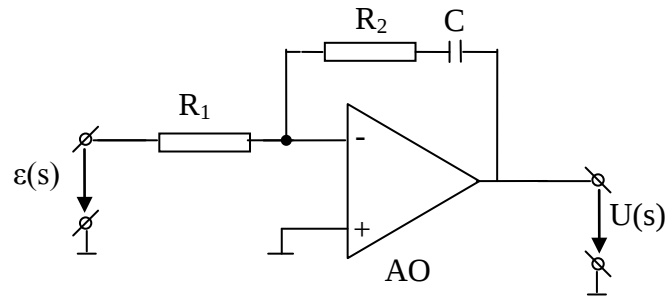


Fig.5.15.

Impedanțele de intrare și de reacție au expresiile:

$$\begin{aligned} Z_1(s) &= R_1; \\ Z_2(s) &= R_2 + \frac{1}{sC}; \quad Z_2(s) = \frac{1 + sCR_2}{sC} \end{aligned} \quad (5.47)$$

Rezultă:

$$C(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{1 + sCR_2}{sCR_1} = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{1}{sCR_2} \right) \quad (5.48)$$

Se notează:

$$K_p = \frac{R_2}{R_1}, \text{ factor de amplificare} \quad (5.49)$$

$$T_i = R_2 C \text{ [s], timp de integrare} \quad (5.50)$$

Rezultă:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad (5.51)$$

Funcția de transfer rezultată corespunde unui regulator PI având o structură serie.

5.4.2. Regulator proporțional integrator cu modificarea largă a amplificării

Există situații în care este nevoie ca factorul de amplificare și timpul de integrare să poată fi modificate în limite largi. O soluție pentru rezolvarea acestei situații este dată în Fig. 5.16.

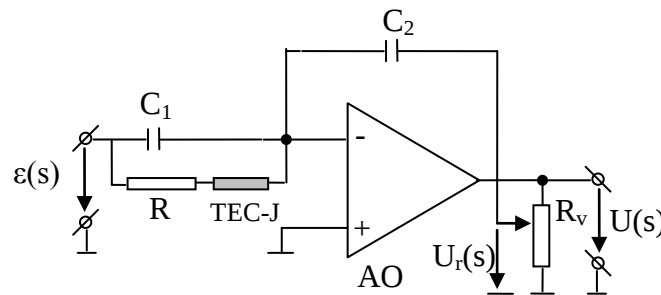


Fig. 5.16.

Tensiunea de reacție este:

$$U_r(s) = \alpha U(s), \alpha < 1. \quad (5.52)$$

Dacă tranzistorul TEC-J funcționează în regim de rezistență comandată, atunci rezistența echivalentă din circuitul de intrare este:

$$R_1 = R + R_T \quad (5.53)$$

Impedanțele de intrare și de reacție sunt:

$$Z_1(s) = (R + R_T) \parallel C_1 \quad (5.54)$$

adică:

$$Z_1(s) = \frac{R_1}{1 + sCR_1} \quad (5.55)$$

și respectiv:

$$Z_2(s) = \frac{1}{sCR_2} \quad (5.56)$$

Rezultă pentru regulator funcția de transfer din relația:

$$\frac{U_r(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{\frac{1}{sC_2}}{\frac{R_1}{1+sC_1R_1}} = \frac{C_1}{C_2} \left(1 + \frac{1}{sR_1C_1}\right) \quad (5.57)$$

și ținând cont că $U_r(s) = \alpha U(s)$, se poate scrie că:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{1}{\alpha} \frac{C_1}{C_2} \left(1 + \frac{1}{sR_1C_1}\right) \quad (5.58)$$

Rezultă factorul de amplificare:

$$K_p = \frac{1}{\alpha} \frac{C_1}{C_2} \quad (5.59)$$

și timpul de integrare:

$$T_i = R_1C_1 \text{ [s]}. \quad (5.60)$$

Factorul de amplificare poate fi modificat în limite largi prin intermediul rezistorului variabil R_v , iar timpul de integrare T_i prin comanda adecvată a tranzistorului cu efect de câmp TEC-J.

Pentru un astfel de regulator, modificarea factorului de amplificare determină ridicarea sau coborârea caracteristicii atenuare-frecvență, fără modificarea caracteristicii fază-frecvență, iar modificarea timpului de integrare T_i determină deplasarea stânga-dreapta a caracteristicii regulatorului (odată cu modificarea poziției punctului de frângere al caracteristicii) cât și modificarea caracteristicii fază-frecvență.

5.5. Regulator cu acțiune proporțional-derivativă, PD

Pentru un regulator PD ideal, legea de reglare este de forma:

$$u(t) = K_p \left(\varepsilon(t) + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (5.61)$$

pentru o structură serie și

$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (5.62)$$

pentru o structura paralel,

unde:

K_p = factorul de amplificare, iar

T_d = timpul de derivare.

Pentru aceste legi de reglare, funcțiile de transfer corespunzătoare au aspectul:

$$C_1(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p(1 + sT_d) \quad (5.63)$$

pentru structura serie, și

$$C_2(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p + sT_d \quad (5.64)$$

pentru structura paralel:

Structura unui regulator serie este dată în Fig. 5.17 iar a unui regulator paralel în Fig. 5.18.

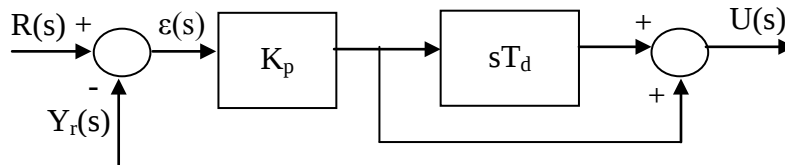


Fig. 5.17.

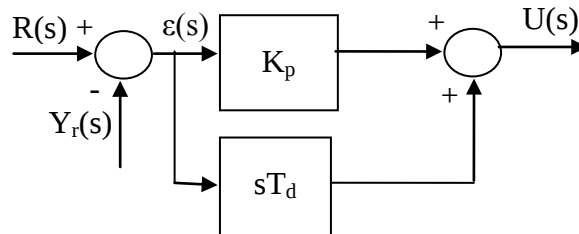


Fig. 5.18.

Răspunsul indicial al acestui regulator se obține pentru o variație treaptă a mărimii de intrare, $\varepsilon(t) = 1(t)$.

Rezultă:

$$u(t) = K_p(1(t) + T_d\delta(t)) \quad (5.65)$$

pentru structura serie, și

$$u(t) = K_p 1(t) + T_d\delta(t) \quad (5.66)$$

pentru structura paralel.

Aspectul răspunsului indicial este dat în Fig. 5.19.

Răspunsul este format dintr-un impuls în origine, urmat de o revenire a mărimii de comandă la valoarea $K_p \varepsilon(t)$

Dacă mărimea de intrare este armonică,

$$\varepsilon(t) = \sin \omega t \quad (5.67)$$

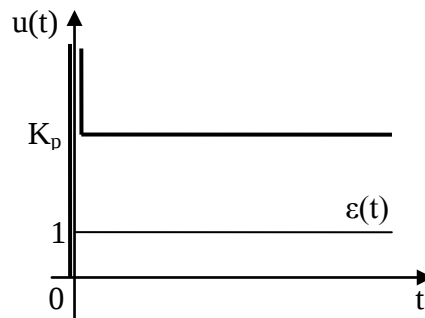


Fig. 5.19.

Atunci:

$$u(t) = K_p (\sin \omega t + T_d \omega \cos \omega t) \quad (5.68)$$

Se notează:

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega T_d \quad (5.69)$$

Cu notația făcută, se poate scrie:

$$u(t) = K_p \frac{1}{\cos \varphi} \sin(\omega t + \varphi) \quad (5.70)$$

Dar:

$$\frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{1 + \omega^2 T_d^2} \quad (5.71)$$

Se obține:

$$u(t) = K_p \sqrt{1 + \omega^2 T_d^2} \sin(\omega t + \varphi) \quad (5.72)$$

unde:

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\omega T_d) \quad (5.73)$$

Se observă că răspunsul este tot un semnal sinusoidal, având aceeași pulsație ca și semnalul de intrare, dar defazat în față cu unghiul φ .

Defazajul crește cu creșterea lui T_d pentru o valoare constantă a lui ω .

Rezultă de aici un efect de anticipare al regulatorului PD.

Pentru structura serie, funcția de transfer a regulatorului este:

$$C_1(s) = K_p (1 + sT_d) \quad (5.74)$$

Răspunsul la frecvență este

$$C_1(j\omega) = K_p(1 + j\omega T_d) \quad (5.75)$$

Rezultă:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} C_1(j\omega) &= K_p \\ \operatorname{Im} C_1(j\omega) &= K_p \omega T_d \end{aligned} \quad (5.76)$$

Locul de transfer este dat în Fig. 5.20.

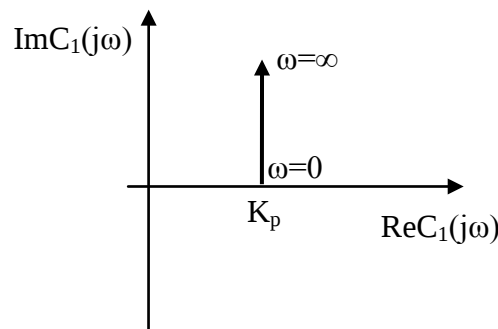


Fig. 5.20.

Locul de transfer este o semidreaptă care pleacă de pe axa reală din punctul K_p .

Caracteristica Bode se obține prin logaritizarea modulului dat de relația:

$$|C_1(\omega)| = |C_1(j\omega)| = K_p \sqrt{1 + \omega^2 T_d^2} \quad (5.77)$$

adică:

$$\begin{aligned} C_{1dB}(\omega) &= 20 \lg C_1(\omega) = 20 \lg K_p + 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_d^2} \\ \varphi(\omega) &= \arctg(\omega T_d) \end{aligned} \quad (5.78)$$

Reprezentarea este dată în Fig. 5.21.

Rezultă pentru regulator o comportare de filtru trece-sus, rezultând că nu atenuază zgomotele, acestea având frecvențe înalte.

5.5.1. Regulator PD necauzal realizat cu amplificatoare operaționale

O structură de regulator PD necauzal realizat cu amplificatoare operaționale este dată în Fig. 5.22. Impedanța de intrare este constituită dintr-un grup RC paralel, iar impedanța de reacție conține un rezistor.

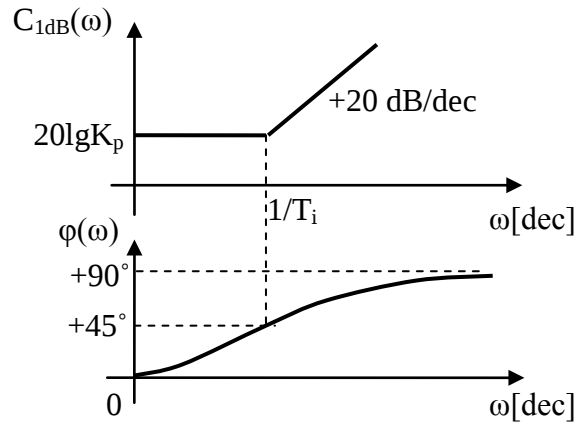


Fig. 5.21.

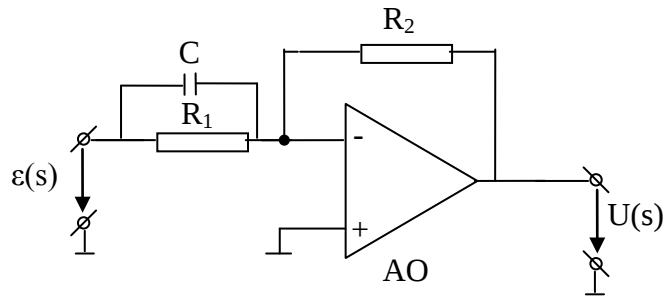


Fig. 5.22.

Impedanțele de intrare și de reacție sunt:

$$Z_1(s) = R_1 \parallel \frac{1}{sC}; \quad Z_1(s) = \frac{R_1}{1 + sCR_1} \quad (5.79)$$

$$Z_2(s) = R_2$$

Rezultă funcția de transfer:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{R_2}{R_1} (1 + sCR_1) \quad (5.80)$$

Se notează:

$$K_p = \frac{R_2}{R_1}, \text{ factor de amplificare, și} \quad (5.81)$$

$$T_d = R_1 C, \text{ timp de derivare.} \quad (5.82)$$

Rezultă:

$$C(s) = K_p(1 + sT_d) \quad (5.83)$$

Structura prezentată corespunde unui regulator PD având o funcție de transfer de tip serie.

5.5.2. Reglatoare PD cu structură cauzală

Pentru acest regulator, cel mai adesea sunt utilizate legi de reglare cauzale, introducând o întârziere la nivelul componentei derivativă a semnalului de comandă.

Acest lucru se obține prin înserierea termenului derivativ cu o structură având forma dată în Fig. 5.23.

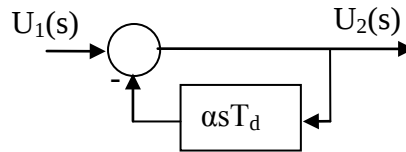


Fig. 5.23.

Funcția de transfer a acestei structuri este:

$$G(s) = \frac{1}{1 + \alpha T_d s} \quad (5.84)$$

În funcție de locul în care este amplasată această structură, în cazul unui regulator PD serie, se obține o structură serie ca în Fig. 5.24.

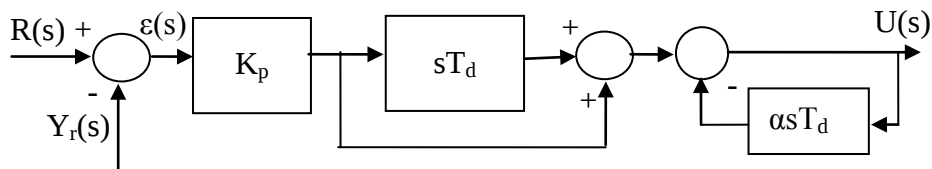


Fig. 5.24.

Pentru structura serie, rezultă funcția de transfer:

$$C(s) = K_p(1 + sT_d) \frac{1}{1 + \alpha T_d s} = K_p \frac{1 + sT_d}{1 + \alpha T_d s} \quad (5.85)$$

O structură mixtă este prezentată în Fig. 5.25.

În această situație, filtrarea este aplicată numai componentei derivative a funcției de transfer.

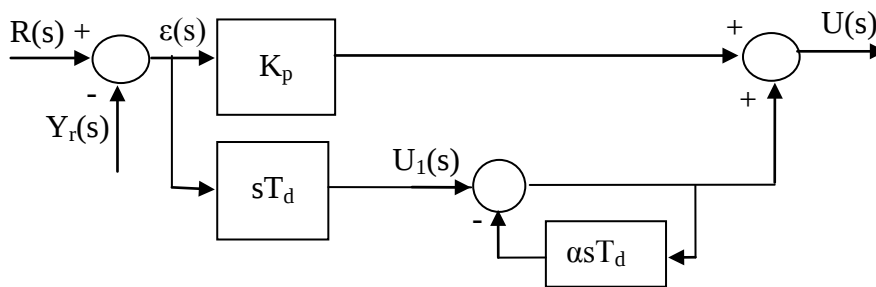


Fig. 5.25.

Pentru structura mixtă, funcția de transfer este de forma:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{sT_d}{1 + \alpha T_d s}\right) \quad (5.86)$$

Introducerea acestor elemente poate fi evidențiată, în cazul unui regulator serie, în caracteristicile Bode ca în Fig. 5.26.

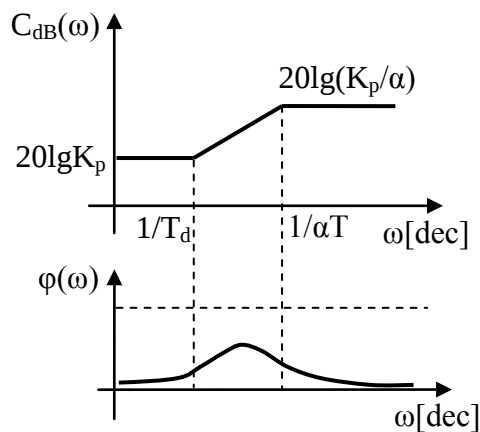


Fig. 5.26.

Structura este asemănătoare cu aceea a unui element cu avans de fază având factorul de amplificare K_p .

Se evidențiază o limitare a amplificării frecvențelor înalte, cu creșterea corespunzătoare a benzii de trecere a sistemului.

5.5.3. Reglatoare PD cu structură cauzală realizat cu amplificatoare operaționale

O structură fizică având această comportare și realizată cu un amplificator operațional este dată în Fig. 5.27.

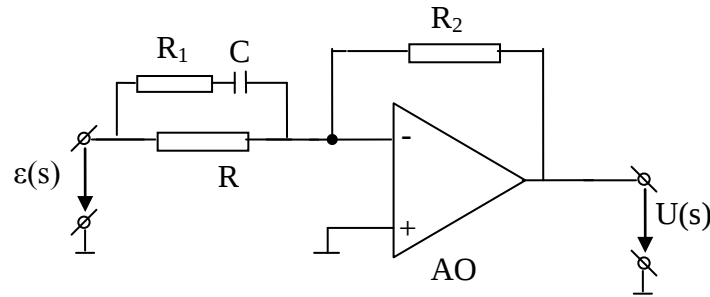


Fig. 5.27.

Impedanțele de intrare și reacție sunt date de relațiile:

$$Z_1(s) = R \parallel \left(R_1 + \frac{1}{sC_1} \right); \quad \frac{1}{Z_1(s)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}, \quad (5.87)$$

de unde rezultă :

$$Z_1(s) = \frac{R(1 + sR_1C_1)}{1 + s(R + R_1)C_1} \quad (5.88)$$

$$Z_2(s) = R_2$$

Funcția de transfer a regulatorului este:

$$\begin{aligned} C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} &= \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{R_2}{R} \frac{R(1 + sR_1C_1)}{1 + s(R + R_1)C_1} = \\ &= \frac{R_2}{R} \frac{1 + s(R + R_1)C_1}{1 + s \frac{R_1}{R + R_1} (R + R_1)C_1} \end{aligned} \quad (5.89)$$

Se notează:

$$K_p = \frac{R_2}{R}, \text{ factorul de amplificare:} \quad (5.90)$$

$$T_d = (R + R_1)C_1 \text{ [s], timp de derivare:} \quad (5.91)$$

$$\alpha = \frac{R_1}{R + R_1} < 1. \quad (5.92)$$

Rezultă:

$$C(s) = K_p \frac{1 + sT_d}{1 + \alpha T_d s} \quad (5.93)$$

5.5.4. Reglatoare PD cu structură cauzală, cu modificarea largă a amplificării

O structură de regulator PD cauzal care permite modificarea factorului de amplificare este dată în Fig. 5.28.

Tensiunea de reacție este:

$$U_r(s) = \beta U(s), \beta < 1. \quad (5.94)$$

Impedanțele de intrare și de reacție sunt:

$$Z_1(s) = \frac{R_1}{1 + sC_1 R_1} \quad (5.95)$$

$$Z_2(s) = \frac{R_2}{1 + sC_2 R_2}$$

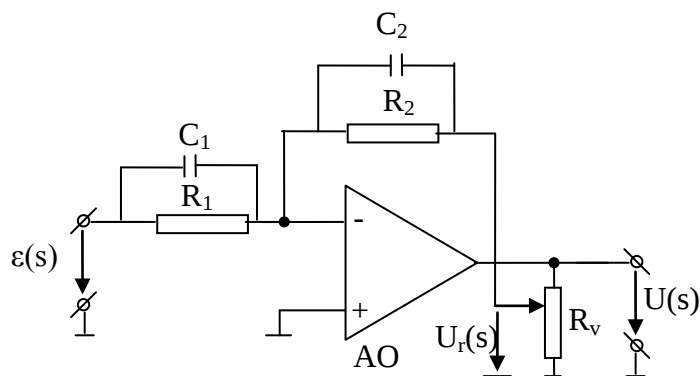


Fig. 5.28.

Se poate scrie că:

$$\frac{U_r(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1 + sC_1R_1}{1 + sC_2R_2} \quad (5.96)$$

Adică, pentru funcția de transfer a regulatorului, se obține forma:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{1}{\beta} \frac{R_2}{R_1} \frac{1 + sC_1R_1}{1 + s \frac{R_2}{R_1} C_1} \quad (5.97)$$

Se notează:

$$K_p = \frac{1}{\beta} \frac{R_2}{R_1}, \text{ factorul de amplificare iar} \quad (5.98)$$

$$T_d = R_1 C_1, \text{ timpul de derivare.} \quad (5.99)$$

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1} < 1. \quad (5.100)$$

Se obține în final funcția de transfer corespunzătoare unui regulator PD cu întârziere de forma:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \frac{1 + sT_d}{1 + \alpha T_d s} \quad (5.101)$$

Factorul de amplificare se poate modifica din rezistorul variabil R_v . Modificarea acestuia este echivalentă cu translatarea sus-jos a caracteristicii atenuare-frecvență a regulatorului, caracteristica fază-frecvență rămânând nemodificată.

5.6. Regulator cu acțiune proporțional-integrator-derivativă, PID

Legile de reglare pentru un regulator PID sunt de forma:

- Pentru o structură serie:

$$u(t) = K_p \left(q\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (5.102)$$

Funcția de transfer corespunzătoare este:

$$\begin{aligned} C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} &= K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)(1 + sT_d) = \\ &= K_p \left(\left(1 + \frac{T_d}{T_i}\right) + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \end{aligned} \quad (5.103)$$

unde:

$$q = 1 + \frac{T_d}{T_i} \quad (5.104)$$

se numește coeficient de interinfluență între acțiunea integrală și cea derivativă.

Structura unui regulator PID ideal, serie, este dată în Fig. 5.29.

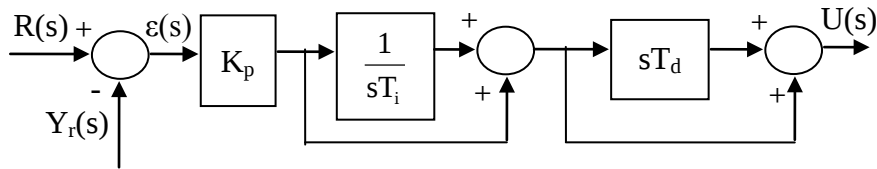


Fig. 5.29.

- Pentru o structură paralel:

$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (5.105)$$

Acestei legi de reglare îi corespunde funcția de transfer:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p + \frac{1}{sT_i} + sT_d \quad (5.106)$$

Structura regulatorului PID ideal, paralel, este dată în Fig. 5.30.

- Pentru o structură mixtă:

$$u(t) = K_p \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (5.107)$$

Funcția de transfer corespunzătoare este:

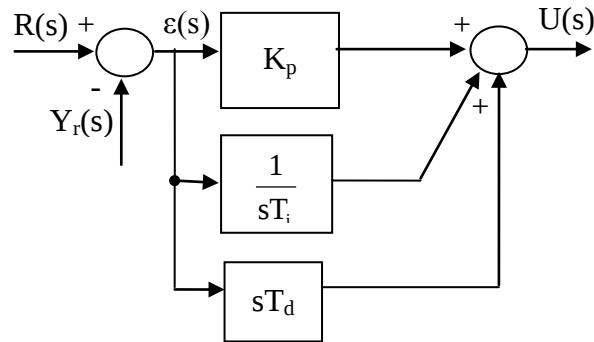


Fig. 5.30.

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (5.108)$$

Structura regulatorului este dată în Fig.5.31.

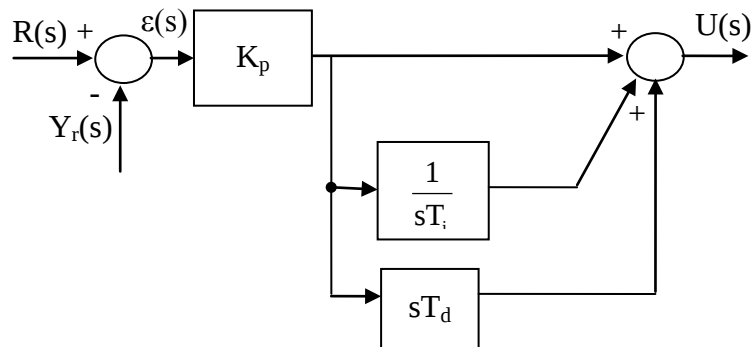


Fig. 5.31.

Această structură este cel mai frecvent utilizată pentru reglatoarele PID. Din acest motiv se va analiza răspunsul indicial și răspunsul la frecvență pentru acest tip de regulator.

Răspunsul indicial se obține pentru o variație treaptă unitară a abaterii, $\varepsilon(t) = 1(t)$.

Rezultă:

$$u(t) = K_p \left(1(t) + \frac{t}{T_i} + T_d \delta(t) \right) \quad (5.109)$$

aspectul mărimii de comandă fiind dat în Fig.5.32.

Dacă mărimea de intrare are o variație armonică, $\varepsilon(t) = \sin \omega t$, atunci:

$$u(t) = K_p \left(\sin \omega t + \frac{1}{T_i} \int_0^t \sin \omega t dt + T_d \frac{d \sin \omega t}{dt} \right) \quad (5.110)$$

adică:

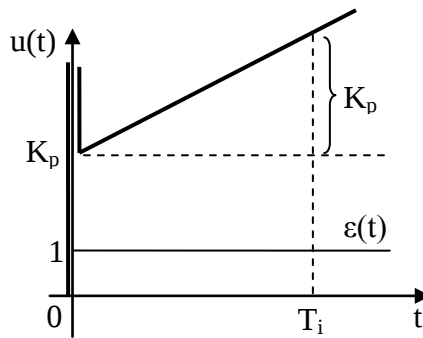


Fig. 5.32.

$$u(t) = K_p \left(\sin \omega t + \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right) \cos \omega t \right) \quad (5.111)$$

Se notează:

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \quad (5.112)$$

$$\varphi = \arctg \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right) \quad (5.113)$$

Rezultă:

$$u(t) = K_p \sqrt{\left(1 + \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right)^2 \right)} \sin(\omega t + \varphi) \quad (5.114)$$

Mărimea de ieșire este tot armonică, având amplitudinea și faza dependente de ω , T_i și T_d .

Locul de transfer se obține pornind de la funcția de transfer:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{s T_i} + s T_d \right) \quad (5.115)$$

Pentru $s = j\omega$ se obține:

$$C(j\omega) = K_p + j(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i}) \quad (5.116)$$

Rezultă:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} C(j\omega) &= K_p \\ \operatorname{Im} C(j\omega) &= K_p (\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i}) \end{aligned} \quad (5.117)$$

Pentru:

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow 0, & \Rightarrow \operatorname{Im} C(j\omega) \rightarrow -\infty \\ \omega \rightarrow \infty, & \Rightarrow \operatorname{Im} C(j\omega) \rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (5.118)$$

Locul de transfer are aspectul dat în Fig. 5.33.

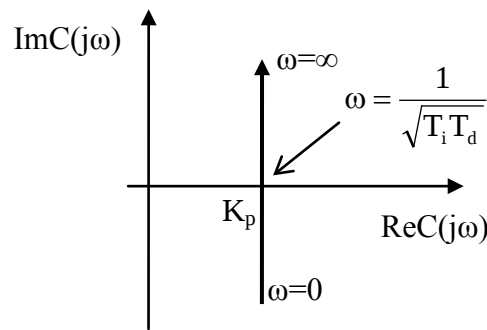


Fig. 5.33.

Avem:

$$\varphi(\omega) = \arctg(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i}) \quad (5.119)$$

Rezultă că $\varphi(\omega) < 0$ pentru $\omega < \frac{1}{\sqrt{T_i T_d}}$ și $\varphi(\omega) > 0$ pentru $\omega > \frac{1}{\sqrt{T_i T_d}}$.

Caracteristicile Bode ale regulatorului serie PID sunt date în Fig. 5.34.

Dacă cele două pulsații de frângere ale regulatorului sunt suficient de îndepărtate (minim 1 decadă) și sunt în relația:

$$\frac{1}{T_i} < \frac{1}{T_d} \quad (\text{ca în Fig.34}) \quad (5.120)$$

Atunci, pentru $K_p=1$, zona de magnitudine constantă, situată între cele două pulsații de frângere, are o valoare apropiată de 0 [dB], iar caracteristica fază pulsație trece prin punctele $(\frac{1}{T_i}, -45^\circ)$ și respectiv $(\frac{1}{T_d}, +45^\circ)$ sau foarte aproape de acestea.

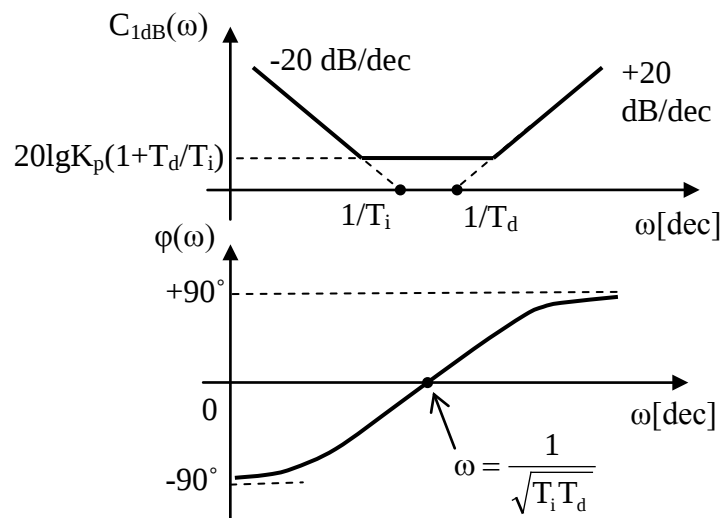


Fig. 5.34.

Dacă $\frac{1}{T_i} > \frac{1}{T_d}$ atunci, pentru $K_p=1$, zona de magnitudine constantă a caracteristicii atenuare-frecvență are o valoare considerabilă, egală cu $20\lg(1 + \frac{T_d}{T_i})$.

Pentru o valoare $K_p \neq 1$, caracteristica atenuare-frecvență are aceeași formă dar urcă sau coboară cu $20\lg K_p$ în funcție de valoarea supraunitară sau subunitară a acestuia.

Caracteristica fază-frecvență rămâne nemodificată la variația factorului de amplificare.

Atunci când se dorește corectarea caracteristicilor Bode pentru un sistem care nu îndeplinește performanțele impuse sau chiar este instabil și se

dorește corectarea acestuia cu un regulator PID, este recomandat să se considere mai întâi un regulator cu structură serie, să se determine parametrii acestuia, iar apoi să se adapteze aceste valori ale parametrilor la o altă structură de regulator (paralel sau mixtă) ce va fi implementată în practică.

Trecerea de la parametrii regulatorului PID serie la un regulator paralel sau mixt echivalent se poate face simplu dacă se analizează comparativ funcțiile de transfer ale acestora.

Funcția de transfer pentru un regulator cu structură mixtă poate fi pusă sub forma:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d\right) = K_p \frac{T_i T_d s^2 + sT_i + 1}{sT_i} \quad (5.121)$$

Această structură poate avea comportări diferite, în funcție de zerourile polinomului de la numărătorul funcției de transfer, și anume:

- Polinomul de la numărătorul funcției de transfer poate avea două rădăcini reale și distincte pentru $\Delta = T_i^2 - 4T_i T_d > 0$ adică pentru $T_i > 4T_d$.

Funcția de transfer a regulatorului devine:

$$C(s) = K_p \frac{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}{sT_i}, \quad (5.122)$$

deci o structură similară cu structura serie a regulatorului.

- Pentru $\Delta=0$, adică pentru $T_i = 4T_d$, se obțin două rădăcini reale și egale, deci funcția de transfer se poate scrie:

$$C(s) = K_p \frac{(1 + sT)^2}{2Ts} \quad (5.123)$$

unde $T = 2T_d$.

- Pentru $\Delta < 0$, deci pentru $T_i < 4T_d$, avem la numărător două rădăcini complex conjugate, funcția de transfer a regulatorului fiind de forma:

$$C(s) = K_p \frac{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}{sT_i} \quad (5.124)$$

unde:

$$T = \sqrt{T_i T_d} \quad (5.125)$$

$$2\xi T = T_i$$

adică avem:

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_i}{T_d}} \quad (5.126)$$

5.6.1. Regulator PID ideal realizat cu amplificatoare operaționale

O structură de regulator PID ideal este dată în Fig.35.

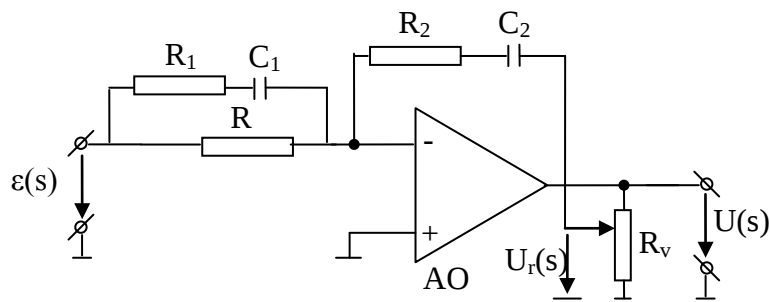


Fig. 5.35.

Se poate scrie:

$$U_r(s) = \alpha U(s), \alpha < 1. \quad (5.127)$$

Impedanțele de intrare și de reacție sunt:

$$Z_1(s) = \frac{R_1}{1 + sC_1 R_1} \quad (5.128)$$

$$Z_2(s) = \frac{1 + sC_2 R_2}{sC_2}$$

Avem:

$$\frac{U_r(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{(1 + sC_1 R_1)(1 + sC_2 R_2)}{sR_2 C_2} \quad (5.129)$$

de unde:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{1}{\alpha} \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{1}{sR_2 C_2}\right) (1 + sC_1 R_1) \quad (5.130)$$

parametrii regulatorului fiind:

$$K_p = \frac{1}{\alpha} \frac{R_2}{R_1}, \text{ factorul de amplificare} \quad (5.131)$$

$$T_i = R_2 C_2, \text{ timpul de integrare} \quad (5.132)$$

$$T_d = C_1 R_1, \text{ timpul de derivare} \quad (5.133)$$

Factorul de amplificare poate fi modificat prin intermediul rezistorului variabil R_v și atrage deplasarea sus-jos a caracteristicii atenuare-frecvență.

5.6.2. Reglatoare PID cauzale

Și pentru regulatorul PID se utilizează cel mai frecvent legi de reglare cauzale, în care componenta derivativă este afectată de un element cu întârziere de ordinul I.

Pentru acest tip de regulator, o structură cauzală se obține prin inserierea componentei derivate cu o structură de forma celei din Fig. 5.36.

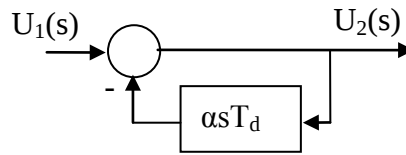


Fig. 5.36.

Funcția de transfer corespunzătoare acestei structuri este:

$$G(s) = \frac{1}{1 + \alpha T_d s}, \alpha < 1. \quad (5.134)$$

Această structură poate fi atașată unui regulator PID serie, obținându-se o structură nouă, ca în Fig. 5.37.

Rezultă funcția de transfer:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \frac{1 + sT_d}{1 + \alpha T_d s} \quad (5.135)$$

Dacă se consideră o structură PID mixtă, iar întârzierea se aplică doar componentei derivate, se obține schema bloc din Fig.38.

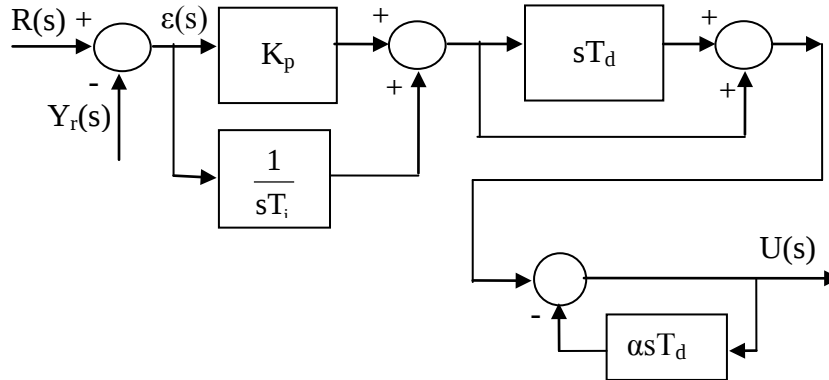


Fig. 5.37.

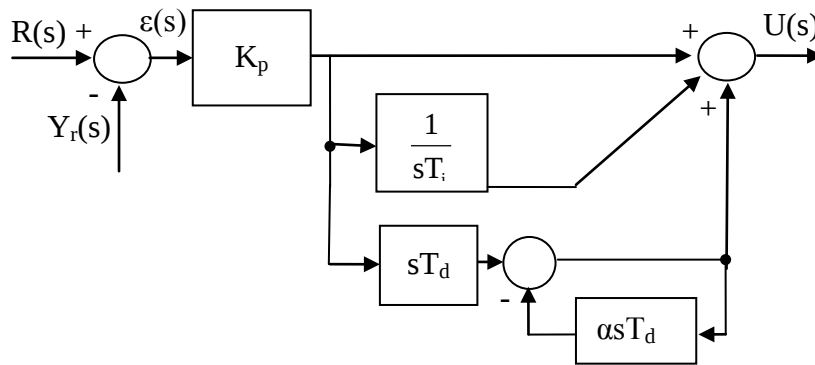


Fig. 5.38.

Pentru această structură se poate scrie funcția de transfer sub forma:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + \alpha T_d s} \right) \quad (5.136)$$

5.6.3. Regulator PID cauzal realizat cu amplificatoare operaționale

O structură fizică de regulator PID cauzal este dată în Fig.39. Avem:

$$U_r(s) = \alpha U(s), \alpha < 1. \quad (5.137)$$

Impedanțele de intrare și de reacție sunt:

$$Z_1(s) = R \parallel (R_1 + \frac{1}{sC_1}); \quad \frac{1}{Z_1(s)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} \quad (5.138)$$

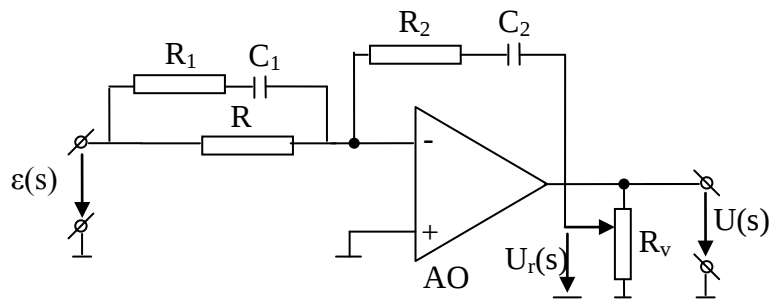


Fig. 5.39.

adică:

$$Z_1(s) = \frac{R(1 + sR_1C_1)}{1 + s(R + R_1)C_1} \quad (5.139)$$

$$Z_2(s) = \frac{1 + sR_2C_2}{sC_2}$$

Putem scrie:

$$\frac{U_r(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = \frac{(1 + sR_2C_2)[1 + s(R + R_1)C_1]}{sRC_2(1 + sR_1C_1)} \quad (5.140)$$

Rezultă:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = \frac{1}{\alpha} \frac{R_2}{R} \left(1 + \frac{1}{sR_2C_2}\right) \frac{1 + s(R + R_1)C_1}{1 + s \frac{R_1}{R + R_1} (R + R_1)C_1} \quad (5.141)$$

Se notează:

$$K_p = \frac{1}{\alpha} \frac{R_2}{R}, \text{ factorul de amplificare} \quad (5.142)$$

$$T_i = R_2C_2, \text{ timpul de integrare} \quad (5.143)$$

$$T_d = (R + R_1)C_1, \text{ timpul de derivare} \quad (5.144)$$

$$\alpha = \frac{R_1}{R + R_1} < 1 \quad (5.145)$$

Cu aceste notații, funcția de transfer se scrie sub forma:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \frac{1 + sT_d}{1 + \alpha T_d s} \quad (5.146)$$

Caracteristica Bode amplificare-frecvență capătă o pulsație de frângere suplimentară în punctul αT_d rezultând din acest punct revenirea caracteristicii de la panta de +20 [dB/dec] la o pantă de 0 [dB/dec], deci la o amplificare constantă a frecvențelor înalte.

Este posibil să avem regulatoare cu structură PD sau PID dar care nu prelucrează integral semnalul de eroare, una din componentele regulatorului acționând asupra mărimii de reacție, y_r .

5.7. Regulator cu acțiune proporțional-integrator-derivativă, P-ID

Dacă asupra semnalului de eroare acționează numai componentele PI iar componenta D acționează asupra mărimii de reacție, rezultă o structură de regulator PI-D, având forma prezentată în Fig.5.40.

În această situație, componenta derivativă D prelucrează numai mărimea de reacție, evitând astfel apariția unor valori mari în mărimea de comandă datorate variației prin salt a erorii ca urmare a modificării referinței prin salt, urmată de o tratare de tip derivativ a acestui salt.

Mărimea de ieșire nu variază prin salt și deci evită apariția unor valori mari la nivelul mărimii de comandă u .

Se poate scrie că:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \varepsilon(s) - K_p sT_d Y_r(s) \quad (5.147)$$

sau încă, ținând cont că:

$$\varepsilon(s) = R(s) - Y_r(s) \quad (5.148)$$

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) R(s) - K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d\right) Y_r(s) \quad (5.149)$$

Dar:

$$Y_r(s) = H_r(s) Y(s), \quad (5.150)$$

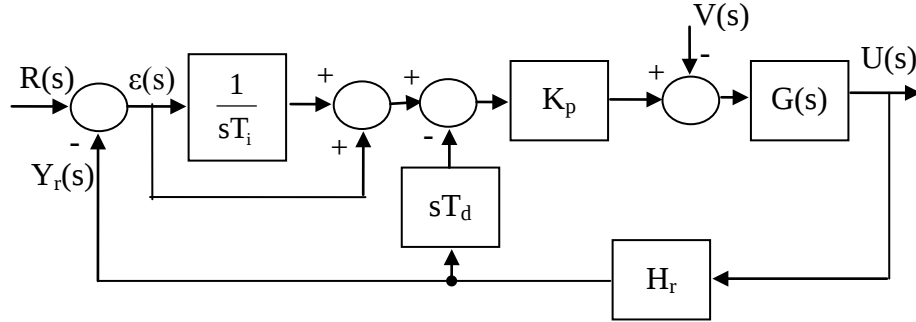


Fig. 5.40.

iar:

$$Y(s) = [U(s) - V(s)]G(s) . \quad (5.151)$$

Înlocuind, rezultă:

$$\begin{aligned} Y(s) \left(1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) G(s) H_r(s) \right) &= \\ &= K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) G(s) R(s) - G(s) V(s) \end{aligned} \quad (5.152)$$

Se poate pune relația sub forma:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) G(s)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) G(s) H_r(s)} R(s) - \\ &\quad - \frac{G(s)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) G(s) H_r(s)} V(s) \end{aligned} \quad (5.153)$$

Dacă se notează:

$$H_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) G(s)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) G(s) H_r(s)} \quad (5.154)$$

$$H_V(s) = -\frac{G(s)}{1 + K_p(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d)G(s)H_r(s)} \quad (5.155)$$

atunci se poate scrie că:

$$Y(s) = H_R(s)R(s) + H_V(s)V(s) \quad (5.156)$$

Se constată că mărimea de ieșire în raport cu referința are pe calea directă numai componentele PI ale regulatorului, comparativ cu o structură PID clasică în care apar toate cele trei componente.

În privința perturbațiilor V , funcțiile de transfer în raport cu acestea sunt aceleași, indiferent de structura PID sau PI-D a regulatorului.

5.8. Regulatorul I-PD

Dacă pe calea directă a sistemului acționează numai componenta integratoare, componentele proporțională și derivativă acționând pe calea de reacție, rezultă un regulator cu o structură I-PD, ca în Fig.5.41.

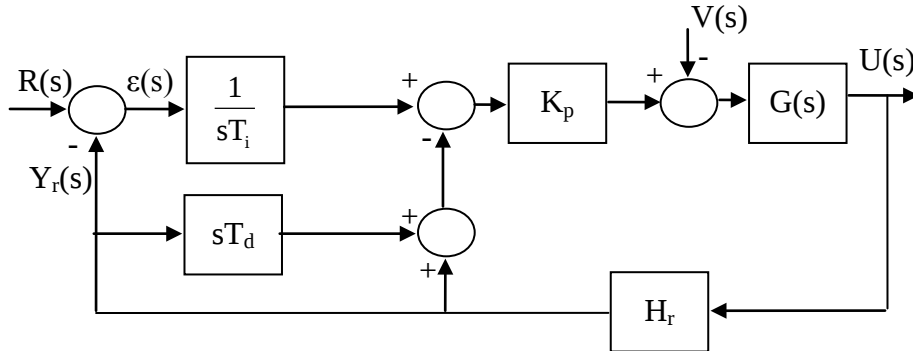


Fig. 5.41.

În această situație, se poate scrie:

$$U(s) = K_p \frac{1}{sT_i} R(s) - K_p(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d) Y_r(s) \quad (5.157)$$

Funcțiile de transfer ale mărimii de ieșire în raport cu referința $R(s)$ și cu perturbația $V(s)$ capătă forma:

$$H_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \frac{1}{sT_i} G(s)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d\right) G(s) H_r(s)} \quad (5.158)$$

$$H_V(s) = - \frac{G(s)}{1 + K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d\right) G(s) H_r(s)} \quad (5.159)$$

Rezultă că, în raport cu referința, sistemul are pe calea directă numai componenta integratoare a regulatorului.

În privința perturbației $V(s)$ se constată că funcția de transfer în raport cu referința este aceeași cu cea a regulatorului clasic PID și cu a regulatorului PI-D.

5.9. Gradele de libertate ale controlului

În funcție de modul în care realizat controlul sistemului automat, pot fi evidențiate grade de libertate diferite la nivelul controlului.

5.9.1. Control cu un singur grad de libertate

Considerăm sistemul având structura dată în Fig.5.42.

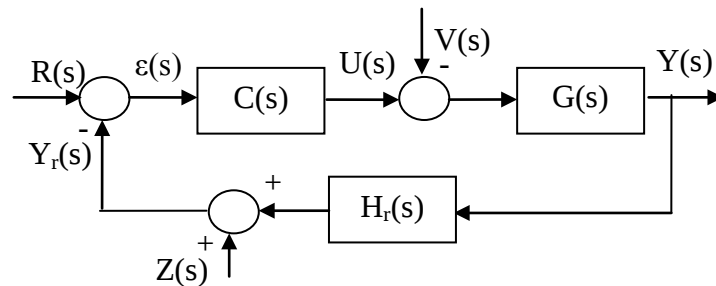


Fig.5.42.

Sistemul are drept mărimi de intrare referința $R(s)$, perturbația $V(s)$ și zgomotul $Z(s)$. Aplicând principiul suprapunerii efectelor, se poate determina, mărimea de ieșire $Y(s)$ ca o sumă a efectelor mărimilor $R(s)$, $V(s)$ și $Z(s)$ date de funcțiile de transfer corespunzătoare, notate $H_R(s)$, $H_V(s)$ și respectiv $H_Z(s)$.

Avem:

$$H_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)H_r(s)} \quad (5.160)$$

$$H_V(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = -\frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)H_r(s)} \quad (5.161)$$

și respectiv:

$$H_Z(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} = -\frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)H_r(s)} \quad (5.162)$$

Gradele de libertate ale unui sistem de control se referă la numărul de astfel de funcții de transfer care sunt independente.

În această situație, dacă luăm ca referință funcția de transfer $H_V(s)$, se poate scrie:

$$1 + C(s)G(s)H_r(s) = -\frac{G(s)}{H_V(s)} \quad (5.163)$$

$$C(s)G(s) = \frac{1}{H_r(s)} \left(1 - \frac{G(s)}{H_V(s)} \right) = -\frac{H_V(s) + G(s)}{H_r(s)H_V(s)} \quad (5.164)$$

Rezultă:

$$H_R(s) = \frac{-\frac{H_V(s) + G(s)}{H_r(s)H_V(s)}}{-\frac{G(s)}{H_V(s)}} = \frac{H_V(s) + G(s)}{H_r(s)G(s)} \quad (5.165)$$

În mod asemănător, avem:

$$H_Z(s) = -\frac{H_V(s) + G(s)}{H_r(s)G(s)} \quad (5.166)$$

Dacă partea fixată a sistemului este dată de $G(s)$ și $H_r(s)$, care sunt fixate și care nu se modifică în timp, atunci funcțiile de transfer ale mărimii de ieșire în raport cu referința și cu zgomotul pot fi scrise în funcție de elementele părții fixate și de funcția de transfer a ieșirii în raport cu perturbația. Înseamnă că sistemul are un singur grad de libertate.

5.9.2. Control cu două grade de libertate

Se consideră acum că sistemul are structura dată în Fig.5.43.

Avem:

$$U(s) = (C_1(s) + C_2(s))R(s) - C_1(s)Y_r(s) \quad (5.167)$$

Dar:

$$Y_r(s) = H_r(s)Y(s) + Z(s) \quad (5.168)$$

$$Y(s) = [U(s) - V(s)]G(s) \quad (5.169)$$

Rezultă:

$$H_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)(C_1(s) + C_2(s))}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} \quad (5.170)$$

$$H_V(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = -\frac{G(s)}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} \quad (5.171)$$

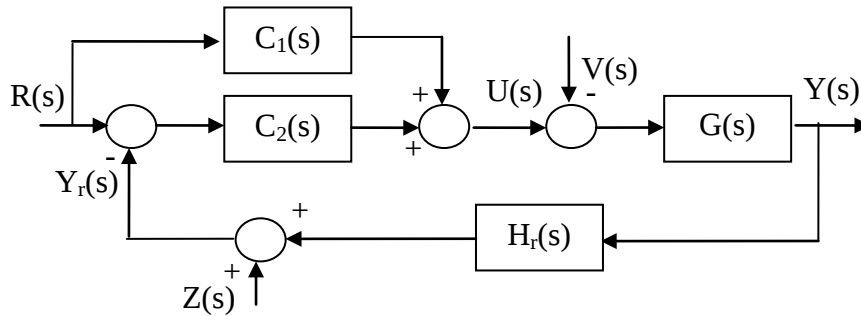


Fig. 5.43.

$$H_Z(s) = \frac{Z(s)}{R(s)} = -\frac{C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} \quad (5.172)$$

Dacă $H_V(s)$ este dată, se constată ușor că $H_Z(s)$ poate fi scrisă în funcție de $H_V(s)$ dar $H_R(s)$ este independentă de $H_V(s)$ deoarece are componenta $C_2(s)$ care este independentă.

Rezultă în această situație că sistemul de control are două grade de libertate. Asupra sistemului se poate acționa pe două căi distincte pentru îmbunătățirea performanțelor.

5.10. Fenomenul de windup și prevenirea apariției acestuia

5.10.1. Fenomenul de windup

Fenomenul de windup apare în controlul proceselor industriale atunci când structura regulatorului conține un integrator. Acest fenomen poate

să apară atât în cazul funcționării propriu-zise a regulatorului cât și în situația în care elementul de execuție este cu saturație, adică mărimea sa de intrare este activă numai dacă este situată între anumite limite.

Există regulatoare PI sau PID cu construcție specială, capabile să evite fenomenul de windup.

Pentru a înțelege fenomenul de windup, trebuie mai întâi înțeles că, un regulator care conține în structură un integrator, are mărimea de ieșire în permanentă evoluție atât timp cât semnalul de eroare este nenul și nu au fost atinse limitele extreme ale semnalului de ieșire.

Deci, atât timp cât mărimea de ieșire a regulatorului nu este saturată, aceasta va avea o evoluție crescătoare cât timp semnalul de eroare este pozitiv și descrescătoare atunci când semnalul de eroare este negativ.

Această evoluție a semnalului de ieșire a regulatorului trebuie înțeleasă prin prisma componentei integrale a acestuia, deci după stingerea unor eventuale componente derivative.

Analiza comportării sistemului poate fi înțeleasă dacă se urmărește Fig.5.44.

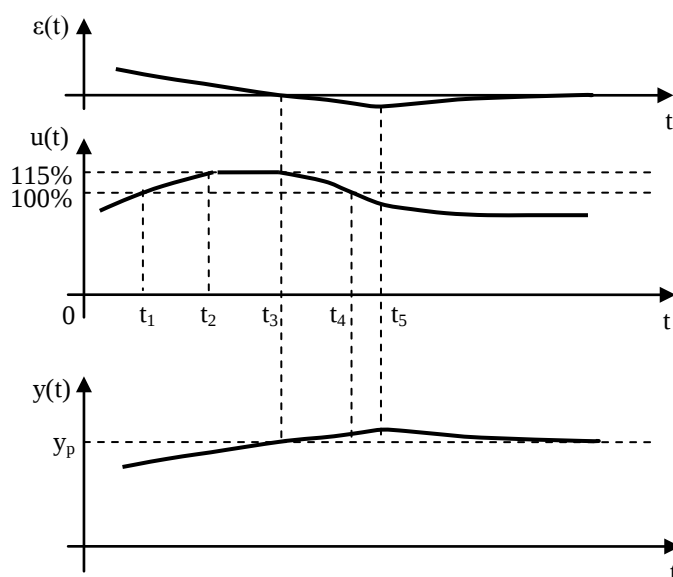


Fig.5.44.

Dacă semnalul de eroare are o valoare pozitivă, în descreștere datorită comenzii date de regulator, este posibil ca mărimea de ieșire a

regulatorului să atingă valoarea limită superioară, fixată, a regulatorului (momentul t_1), în timp ce mărimea de comandă internă a regulatorului să continue să crească, în anumite limite.

Astfel, regulatoarele continue clasice permit o variație a mărimii interne de comandă a regulatorului în limitele $[-15\%, 115\%]$, $[-7\%, 107\%]$ sau $[-5\%, 105\%]$, în timp ce mărimea de ieșire a regulatorului este limitată între valorile $[0\%, 100\%]$.

De exemplu, pentru un regulator ce lucrează în semnal unificat, 2-10 [mA], având în vedere situația în care mărimea internă de comandă a regulatorului este cuprinsă în limita $[-15\%, 115\%]$, atunci valoarea mărimii interne de comandă poate să evolueze între $[0.8, 11.2]$ [mA], în timp ce mărimea efectivă de comandă a regulatorului (cea livrată de regulator către elementul de execuție) este în limita $[2-10]$ [mA], adică $[0\%-100\%]$.

Astfel, dacă mărimea de comandă a regulatorului nu reușește să anuleze eroarea în timpul în care mărimea internă de comandă a regulatorului este egală cu mărimea de ieșire a acestuia (deci dacă încă nu a intervenit limitarea superioară a mărimii de ieșire, momentul t_1) atunci aceasta va evolua până la limita superioară internă (momentul t_2) să spunem 115% , adică, în cazul prezentat – al unui regulator cu semnal unificat $[2-10]$ [mA] – aceasta ajunge la valoarea 11.2 mA.

Dacă în momentele următoare atingerii acestei valori limită, regulatorul, prin valoarea maximă (100%) a mărimii sale de ieșire produce micșorarea erorii până la anularea acesteia (momentul t_3), atunci, ținând cont că ieșirea regulatorului este încă pe valoarea limită superioară, ieșirea procesului evoluează în continuare corespunzător acestei valori a mărimii de comandă, și eroarea își schimbă semnul.

Această schimbare a semnului erorii este sesizată de către regulator, prin componenta integrală a acestuia (considerând că eroarea este negativă dar foarte mică în modul, efectul componentei proporționale fiind nesemnificativ) și mărimea internă de comandă a regulatorului începe să scadă. Dar, această scădere începe de la $+115\%$, evoluează către 100% (între momentele t_3 și t_4) și apoi și mai jos, numai că, atât timp cât mărimea de comandă internă se află în zona $[115\% \text{ spre } 100\%]$, mărimea de ieșire a regulatorului este, în continuare, pe valoarea limită superioară, 100% .

Abia din momentul în care mărimea internă de comandă coboară sub 100% (momentul t_4), mărimea de ieșire a regulatorului devine egală cu

mărimea internă de comandă și începe să scadă de la valoarea limită superioară.

În tot acest interval de timp, mărimea de ieșire a procesului a evoluat, depășind valoarea prescrisă, după care aceasta trece printr-o valoare maximă și apoi începe să scadă datorită scăderii mărimii de comandă a regulatorului.

Această descriere făcută cu privire la limitarea mărimii de ieșire a regulatorului poate fi extinsă pentru a înțelege ce se petrece atunci când un regulator continuu comandă, prin mărimea sa de ieșire, un element de execuție care poate să intre în saturație.

Un element de execuție de acest tip are structura reprezentată în Fig.5.45.

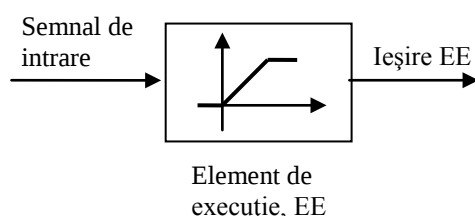


Fig.5.45.

Se consideră, pentru exemplificare, că elementul de execuție EE acceptă semnale de comandă în tensiune, cuprinse în zona $[0, 4]$ V, sau, considerate în valori procentuale $[0\%, 100\%]$.

Atât timp cât semnalul de intrare se modifică între limitele active ale intrării elementului de execuție, mărimea de ieșire a acestuia evoluează între pozițiile minime și maxime $[0\%, 100\%]$ ale elementului de reglare.

Concret, considerând că acest element de execuție este o servovalvă comandată în tensiune $[0, 4]$ V, adică $[0\%, 100\%]$, atunci pentru valoarea de 0 V (0%) a mărimii de comandă, elementul de acționare (servomotorul) va acționa asupra elementului de reglare (valva) astfel încât aceasta să fie complet închisă, iar pentru valoarea limită superioară a comenzii, 4 V (100%), servomotorul acționează asupra valvei, ducând-o pe poziția complet deschis.

Orice semnal de comandă în exteriorul acestei zone va lăsa electrovalva pe ultima poziție extremă atinsă.

Numai semnale de comandă cuprinse între $[0, 4]$ V pot modifica poziția elementului de reglare. Dacă acest element de execuție face parte dintr-

un sistem de reglare automată (de debit sau de nivel) iar regulatorul ce urmează este unul cu destinație generală, PI sau PID, atunci poate să apară fenomenul de windup.

El este asemănător celui descris pentru regulatorul propriu-zis.

Concret, semnalul de comandă util este cuprins în zona $[0, 4]$ V, deci, dacă regulatorul PID cu structură clasică furnizează valori ale mărimii de ieșire situate într-o zonă mult mai extinsă decât aceasta, este necesară evitarea fenomenului de windup ce poate să apară în cazul funcționării acestui sistem de reglare automată.

5.10.2. Evitarea apariției fenomenului de windup

Evitarea apariției fenomenului de windup poate fi realizată, considerând de exemplu că regulatorul are o lege de reglare PI, dacă se procedează astfel:

- Se limitează valoarea de ieșire a regulatorului în concordanță cu limitele acceptate de către intrarea elementului de execuție;
- Considerăm că legea de reglare ce trebuie obținută este de tip PI serie. Se dorește ca regulatorul să evite saturarea componentei integrale. Mărimea de comandă este:

$$U(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \varepsilon(s) \quad (5.173)$$

Rezultă:

$$U(s) = k_p \varepsilon(s) + \frac{k_p}{sT_i} \varepsilon(s) \quad (5.174)$$

Notăm:

$$U_i(s) = \frac{k_p}{sT_i} \varepsilon(s), \quad (5.175)$$

componenta integrală a legii de reglare.

Rezultă:

$$U(s) = k_p \varepsilon(s) + U_i(s) \quad (5.176)$$

Ținând cont de relația (5.175), avem:

$$k_p \varepsilon(s) = sT_i U_i(s) \quad (5.177)$$

Eliminând $k_p \varepsilon(s)$ între relațiile (5.176) și (5.177), rezultă:

$$U(s) = sT_i U_i(s) + U_i(s) \quad (5.178)$$

adică:

$$U_i(s) = \frac{1}{1+sT_i} U(s) \quad (5.179)$$

Pe baza acestor relații, structura regulatorului poate fi pusă sub forma din Fig.5.46.

Ținând cont de modul în care este amplasată limitarea, rezultă că partea integrală a semnalului de comandă $u_i(t)$ va fi automat limitată.

Mărimea $U_i(s)$ este legată de mărimea de comandă $U(s)$ printr-o funcție de transfer de ordinul I cu factor de amplificare unitar și cu o constantă de timp egală cu T_i , deci aceasta nu poate niciodată să părăsească zona în care $U(s)$ este limitată.

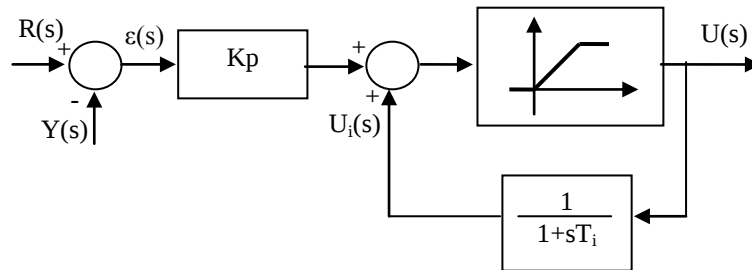


Fig.5.46.

Cu alte cuvinte, dacă $U(s)$ atinge una din limitele sale, atunci și $U_i(s)$ atinge această limită, să spunem 100%.

Dacă în acest moment eroarea devine negativă, atunci mărimea de comandă devine:

$$u(t) = k_p \varepsilon(t) + 100\% < 100\% \text{ deoarece eroarea este } \varepsilon(t) < 0.$$

Rezultă că, dacă acest regulator comandă electrovalva, acesta va începe să închidă valva chiar în momentul în care eroarea trece prin 0 și devine negativă, nemaifiind necesară trecerea unui timp pentru desaturarea componentei integrale.

Se observă că în regim staționar, eroarea este 0:

$$U(s) = U_i(s) = U_i(s) + k_p \varepsilon(s) \quad (5.180)$$

adică $\varepsilon(s) = 0$.

Înțelegerea mai exactă a acestei comportări se poate face prin realizarea în MATLAB-SIMULINK a structurii prezentate, considerând că legea de reglare care trebuie obținută este:

$$C(s) = \frac{U(s)}{\varepsilon(s)} = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \quad (5.181)$$

Se consideră pentru parametrii regulatorului valorile $k_p = 2$ și $T_i = 10$ [s]. Considerăm că semnalul de eroare are evoluția prezentată în Fig.5.47. De menționat că, pentru fiecare interval de timp în care semnalul de eroare este constant, mărimea de ieșire a regulatorului crește sau scade cu o pantă egală cu k_p/T_i (în valoare absolută). Astfel, pentru un interval de timp T_i , mărimea de comandă crește sau scade cu valoarea $k_p \varepsilon(t)$, în funcție de semnul erorii.

Comparăm, prin intermediul mărimilor de comandă realizate, structura prezentată cu aceea a unui regulator PI clasic, având aceiași parametri de acordare, cel din urmă neavând limitări asupra mărimii de comandă.

Evoluțiile mărimilor de comandă ale regulatorului PI clasic și ale regulatorului PI cu evitarea fenomenului de windup realizat cu structura din Fig.5.46 arată că, în situația în care aceste regulatoare vor comanda o electrovalvă cu semnal de intrare în zona $[0, 4]$ V, regulatorul PI clasic se va confrunta cu apariția fenomenului de windup.

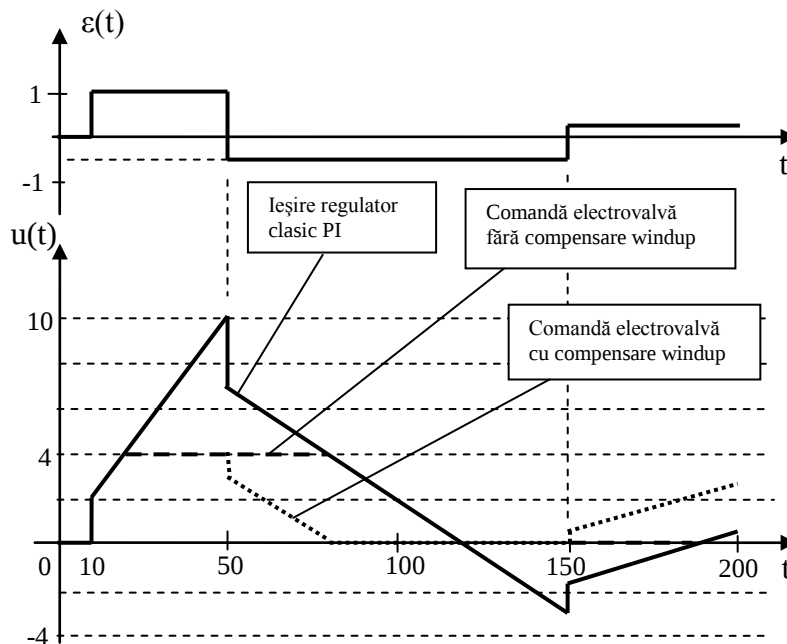


Fig.5.47.

Astfel, dacă elementul de execuție are valorile admise ale mărimii de intrare cuprinse în intervalul $[0, 4]$ V corespunzător intervalului $[0\%, 100\%]$, atunci, orice valoare a mărimii de comandă dată de regulatorul PI clasic, situată peste limita superioară, va lăsa electrovalva complet deschisă (intervalul $[20, 80]$ s), chiar dacă eroarea a devenit negativă la momentul $t = 50$ [s], moment în care aceasta trebuia să înceapă să se închidă.

În schimb, regulatorul din Fig.5.46 reacționează imediat la modificarea erorii prin $k_p \varepsilon(t)$, urmată de o evoluție a mărimii de ieșire corespunzătoare unei componente integrale și unei erori negative, $\varepsilon(t) = -0.5$ V.

Dacă mărimea de eroare este menținută la valoarea $\varepsilon(t) = -0.5$ V în intervalul cuprins între $[50, 150]$ [s], atunci cele două mărimi de comandă evoluează, pentru regulatorul PI clasic, aceasta coborând sub 0 V, în timp ce pentru regulatorul PI din Fig.5.46, evoluția ieșirii se oprește la valoarea limită inferioară, 0 V.

La momentul $t = 150$ [s] apare o treaptă la nivelul semnalului de eroare de $+0.7$ V, rezultând o valoare efectivă pentru eroare $\varepsilon(t) = 0.2$ V.

Ieșirea regulatorului clasic PI devine activă (din punctul de vedere al elementului de execuție) abia la momentul $t = 190$ [s], în timp ce ieșirea regulatorului PI cu evitarea fenomenului de windup reacționează imediat, începând deschiderea electrovalvei chiar din momentul în care eroarea a devenit pozitivă, adică la momentul $t = 150$ [s].

În acest studiu, legea de reglare a electrovalvei nu interesează, ci numai modificarea comenzii efective asupra elementului de reglare iar, în cazul în care secțiunea de trecere se modifică proporțional cu semnalul de comandă, avem și evoluția procentuală a acestuia.

Elementul cu limitare prezentat în structura regulatorului din Fig.5.46 poate fi chiar saturația elementului de execuție, dacă aceasta este accesibilă.

5.11. Acordarea reglatoarelor continue

Acordarea reglatoarelor automate continue constă în ajustarea parametrilor acestora astfel încât să fie atinse și menținute performanțele impuse sistemului de reglare automată.

Există două metode frecvent folosite de acordare a parametrilor regulatorului unui proces.

Prima metodă este o metodă online sau în buclă închisă și se utilizează în orice situație, dar în mod obligatoriu atunci când procesul respectiv nu permite deschiderea buclei de reglare.

A doua metodă se bazează pe răspunsul sistemului în buclă deschisă la un semnal de intrare treaptă.

Acordarea înseamnă de fapt ajustarea parametrilor regulatorului în vederea obținerii unui răspuns dorit al sistemului în buclă închisă.

Valorile parametrilor regulatorului depind de toate elementele care alcătuiesc bucla de reglare.

Dacă procesul este neliniar, el poate fi liniarizat în jurul unui anumit punct de funcționare. Rezultă că, pentru un sistem de reglare dat, caracteristicile acestuia se modifică la trecerea de la un punct de funcționare la altul. Aceasta înseamnă că acordarea parametrilor regulatorului, efectuată pentru un anumit punct de funcționare, produce răspunsul dorit al sistemului numai în acest punct, ținând cont că regulatoarele standard sunt liniare.

Pentru lucrul într-un domeniu mai larg trebuie realizat un compromis în acordarea regulatorului, alegând parametrii acestuia astfel încât să avem o comportare corespunzătoare a sistemului pe întreg domeniul de lucru.

O caracteristică a sistemelor de reglare automată ce simplifică mult procesul de acordare a parametrilor regulatorului constă în faptul că performanțele sistemului nu sunt foarte dependente de parametrii regulatorului.

Față de o valoare a parametrilor care rezultă dintr-o acordare foarte precisă a regulatorului, o variație a acestora în limita a 50% nu va produce modificări profunde în evoluția sistemului.

5.11.1. Factorul de amplificare critic și pulsația critică a unui sistem

Considerăm un sistem de reglare automată stabil, având o margine de fază și de amplificare corespunzătoare.

Dacă se face referire la locul de transfer al sistemului deschis, înseamnă că acesta intersectează semi-axa reală negativă într-un punct situat în zona $[-0.5, 0]$ și cercul de rază unitară cu centrul în origine într-un punct situat în cadranul III, având argumentul în zona $[-150^\circ, -120^\circ]$, adică o margine de fază între $[30^\circ, 60^\circ]$.

Considerăm acum că sistemul are pe calea directă un regulator de tip P, deci un factor de amplificare k_p . Acest factor de amplificare constituie componenta liberă a factorului de amplificare global al funcției de transfer a căii directe, notat k .

Dacă se crește factorul de amplificare k_p , crește implicit și k , iar, pentru o anumită valoare a acestuia, locul de transfer trece prin punctul critic $(-1, j0)$. În acest punct, sistemul devine instabil, factorul de amplificare pentru care se obține această situație fiind notat k_{cr} (k critic), iar sistemul oscilează cu pulsația ω_{cr} .

Valorile k_{cr} și ω_{cr} se obțin rezolvând ecuația caracteristică a sistemului, $1+H(s)=0$, unde $H(s)$ este funcția de transfer în buclă deschisă a sistemului, dependentă de elementele constructive ale sistemului și de factorul de amplificare k .

Exemplul 5-1.

Se consideră sistemul de reglare automată având forma din Fig.5.48.

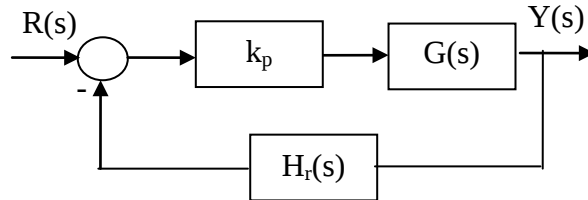


Fig.5.48.

Funcțiile de transfer corespunzătoare sunt:

$$G(s) = \frac{0.8}{(1+3s)(1+30s)} \quad (5.182)$$

$$H_r(s) = \frac{1}{(1+10s)} \quad (5.183)$$

Ecuația caracteristică este:

$$1 + H(s) = 0 \quad (5.184)$$

adică:

$$1 + k_p \frac{0.8}{(1+3s)(1+30s)} \frac{1}{1+10s} = 0 \quad (5.185)$$

Rezultă:

$$(1 + 3s)(1 + 10s)(1 + 30s) + 0.8k_p = 0 \quad (5.186)$$

Se consideră:

$$s = j\omega_{cr} \quad (5.187)$$

Înlocuind s în ecuația caracteristică, se obține:

$$(1 + j3\omega_{cr})(1 + j10\omega_{cr})(1 + j30\omega_{cr}) + 0.8k_{cr} = 0 \quad (5.188)$$

Separând partea reală și cea imaginară, și anulându-le, se obține:

$$\begin{aligned} -420\omega_{cr}^2 + 1 + 0.8k_{cr} &= 0 \\ -900\omega_{cr}^3 + 43\omega_{cr} &= 0 \end{aligned} \quad (5.189)$$

Ținând cont că factorul de amplificare este pozitiv, obținem:

$$\omega_{cr} = 0.2186 \text{ [rad/s]} \text{ iar } k_{cr} = 23.8 \quad (5.190)$$

$$T_{cr} = \frac{2\pi}{\omega_{cr}} = 28.7 \text{ [s]} \quad (5.191)$$

Este adevărat că eroarea staționară a acestui sistem poate fi redusă prin creșterea factorului de amplificare k_p . Dar această creștere nu poate fi făcută oricât de mult deoarece se micșorează rezerva de stabilitate a sistemului. Pentru $k=k_{cr}$, sistemul devine oscilant (instabil).

5.11.2. Acordarea regulatorului pe baza amplificării și pulsației critice

Dacă sistemul supus acordării parametrilor regulatorului permite determinarea teoretică a amplificării și pulsației critice, deci dacă sistemul este cunoscut complet prin funcțiile de transfer ale tuturor elementelor componente, se poate trece direct la determinarea parametrilor regulatorului.

Dacă acest lucru nu este posibil, este necesară determinarea experimentală a acestor valori. Pentru aceasta, se procedează astfel:

- Se anulează efectul componentelor integrale și derivative ale regulatorului. Acest lucru se face prin anularea componentei derivative, $T_d=0$, și prin creșterea la valoarea maximă posibilă (teoretic la infinit) a lui T_i (efect integrator minim);
- Cu sistemul de reglare în sistem automat, cu bucla închisă, se crește amplificarea k_p a regulatorului proporțional până când sistemul oscilează cu amplitudine constantă. Valoarea acestei amplificări este $k=k_{cr}$ (această valoare se notează);

- Din înregistrarea oscilațiilor ieșirii sistemului se măsoară perioada oscilațiilor notată T_{cr} ;

Creșterea amplificării, după apariția oscilațiilor (amortizate) în comportarea sistemului trebuie făcută în pași mici către valoarea k_{cr} .

Pentru răspunsul sistemului, metoda de acordare propusă de Ziegler și Nichols presupune o scădere a amplitudinii oscilațiilor în timpul funcționării sistemului de reglare automată în raport 4:1.

Acest raport este de fapt raportul dintre amplitudinile pozitive ale primelor două oscilații ale ieșirii sistemului. Acest raport este independent de intrarea sistemului și depinde numai de rădăcinile ecuației caracteristice a sistemului închis.

Răspunsul care se are în vedere la o variație treaptă a perturbațiilor este dat în Fig.5.49.

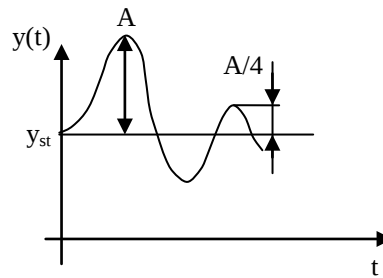


Fig.5.49.

Dacă se are în vedere o variație treaptă a referinței, atunci sistemul va răspunde așa cum este prezentat în Fig.5.50.

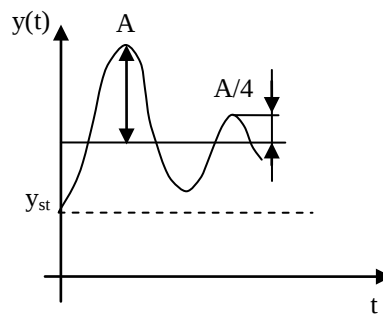


Fig.5.50.

Acordarea parametrilor regulatorului pe baza informațiilor cu privire la factorul de amplificare critic și pulsația critică, determinate pentru sistemul în buclă închisă, se face după notațiile date în tabelul 5-1.

Tabelul 5-1.

Tip Regulator	Parametru regulator		
	k_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{2}k_{cr}$	-	-
PI	$\frac{1}{2.2}k_{cr}$	$\frac{1}{1.2}T_{cr}$	-
PID	$\frac{1}{1.7}k_{cr}$	$\frac{1}{2}T_{cr}$	$\frac{1}{8}T_{cr}$

Regulatorul PID pentru care sunt dați acești parametri de acord are funcția de transfer de forma:

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \left(\frac{1 + sT_d}{1 + s\alpha T_d}\right) \quad (5.192)$$

Pentru alte tipuri de legi de reglare se face adaptarea corespunzătoare a parametrilor de acord.

Se constată că introducerea componentei integrale (regulator PI) determină reducerea cu 10% a amplificării k_p în comparație cu regulatorul de tip P.

În schimb, la introducerea componentei derivative (regulator PID), amplificarea este mai mare decât la reglatoarele P și PI, iar timpul de integrare scade față de PI.

Acest lucru este necesar deoarece integrarea introduce o întârziere de fază, iar derivarea introduce un avans de fază.

Acest tip de acordare este foarte convenabil în cazul perturbațiilor care vor fi stinse, ca efect, imediat.

Totodată, această acordare nu este chiar atât de convenabilă pentru variația treaptă a referinței, deoarece produce suprareglări de 50%.

Acest lucru poate fi corectat imediat prin reducerea factorului de amplificare față de valoarea din tabel.

Procedura de determinare a parametrilor de acord a regulatorului presupune deci modificarea unui singur parametru al regulatorului, k_p . Din cauza insensibilității răspunsului sistemului, la acordarea precisă a regulatorului, nu este absolut necesar să creștem amplificarea sistemului până la apariția oscilațiilor întreținute. Orice oscilație amortizată, obținută prin creșterea factorului de amplificare k_p , poate fi utilizată pentru acordarea parametrilor regulatorului. Perioada critică de oscilație se obține imediat, factorul de amplificare obținut din k_{cr} putând fi ajustat ulterior la finețe.

5.11.3. Determinarea caracteristicilor sistemului în buclă deschisă

Spre deosebire de metoda de acordare a regulatorului descrisă de Ziegler-Nichols care folosește sistemul online (în buclă închisă) există o multitudine de metode care fac acordarea regulatorului utilizând caracteristicile procesului determinate în buclă deschisă.

Pentru determinarea acestor caracteristici este necesară aplicarea unui semnal de intrare tip treaptă și observarea evoluției sistemului prin înregistrarea ieșirii traductorului.

Pentru analiza răspunsului sistemului la o anumită treaptă de intrare se utilizează, în principiu, două modele distincte de sisteme capabile să acopere majoritatea proceselor, și anume:

- Modelul *element de ordinul I cu timp mort*:

$$G(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{1 + Ts} \quad (5.193)$$

- Modelul *element de ordinul II cu timp mort*:

$$G(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)} \quad (5.194)$$

sau

$$G(s) = \frac{k\omega_n^2 e^{-\tau s}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5.195)$$

unde:

k = factor de amplificare

τ = timp mort

T, T_1, T_2 = constante de timp

ξ = factor de amortizare

ω_n = pulsație naturală

Cel mai frecvent utilizat este modelul element de ordinul I cu timp mort, cele de ordinul II având o precizie de determinare mult mai scăzută.

5.11.4. Stabilirea parametrilor modelului

Considerăm că sistemul de reglare automată având bucla întreruptă, răspunde la aplicarea unei trepte de intrare la nivelul mărimii de comandă $u(t)$ ca în Fig.5.51.

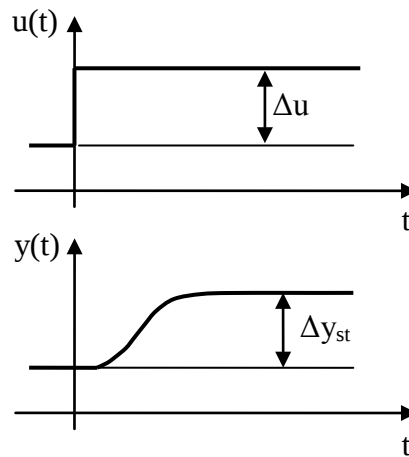


Fig.5.51.

Dacă mărimea de ieșire este $y(t)$, putem scrie în transformate Laplace:

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (5.196)$$

adică:

$$Y(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{1 + Ts} \frac{\Delta u}{s} \quad (5.197)$$

Rezultă:

$$Y(s) = k \Delta u e^{-\tau s} \left(\frac{1}{s} - \frac{T}{1 + Ts} \right) \quad (5.198)$$

Revenind în domeniul timpului, avem:

$$y(t) = k \Delta u 1(t - \tau) \left(1 - e^{-\frac{t - \tau}{T}} \right) \quad (5.199)$$

unde $1(t - \tau) = 0$ pentru $t \leq \tau$.

Reprezentarea grafică a răspunsului este dată în Fig.5.52.

Valoarea de regim staționar a mărimii de ieșire este:

$$\Delta y_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = k \Delta u \quad (5.200)$$

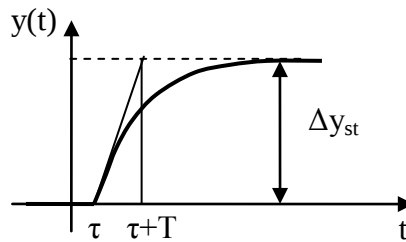


Fig.5.52.

Rezultă amplificarea:

$$k = \frac{\Delta y_{st}}{\Delta u} \quad (5.201)$$

Există trei modele ce pot fi propuse pentru determinarea timpului mort și a constantei de timp T. De remarcat că fiecare dintre ele furnizează alte valori pentru τ și T.

- *Prima metodă* utilizează tangenta dusă la răspunsul procesului în punctul în care acesta are cea mai mare variație în timp. Pentru sistemul de ordinul I, tangenta se duce în punctul $t = \tau$ ca în Fig.5.53.

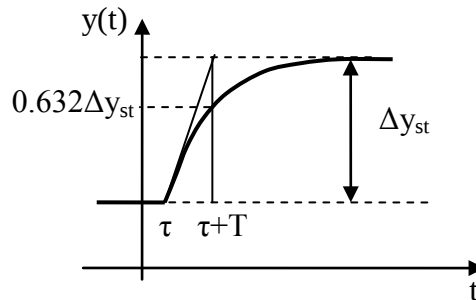


Fig.5.53.

Avem:

$$\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=\tau} = k \Delta u \frac{1}{T} = \frac{\Delta y_{st}}{T} \quad (5.202)$$

Răspunsul modelului, comparativ cu răspunsul sistemului, pentru acest tip de aproximare, este dat în Fig.5.54.

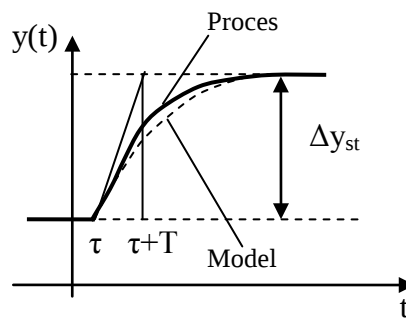


Fig.5.54.

Se constată că nu avem o estimare foarte precisă la nivelul constantei de timp T (modelul este mai lent decât procesul).

• A doua metodă este asemănătoare cu prima, numai că se impune condiția ca modelul și procesul să aibă aceeași valoare a ieșirii la momentul $t=T+\tau$, ca în Fig.5.55.

Rezultă:

$$y(\tau + T) = k \Delta u (1 - e^{-1}) = 0.632 \Delta y_{st} \quad (5.203)$$

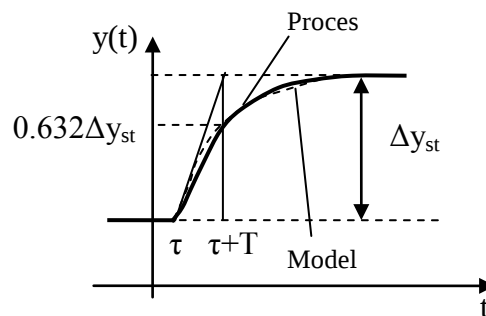


Fig.5.55.

Se constată că modelul este mai apropiat de proces decât în cazul precedent.

- *A treia metodă.* În determinarea parametrilor și T , în cadrul modelelor anterioare, cel mai sensibil moment (și mai puțin precis) este dat de trasarea tangentei la răspunsul sistemului în punctul în care acest răspuns are cea mai mare variație în timp.

Chiar și la modelul doi, la care valoarea răspunsului în punctul $T+$ ($=0.632\Delta y_{st}$) este independentă de tangenta dusă, totuși estimarea parametrilor T și τ depinde de această tangentă.

Pentru eliminarea dependenței de această tangentă, s-a propus ca determinarea lui T și să se facă astfel încât modelul să coincidă cu procesul în două puncte din zona în care mărimea de ieșire are cea mai mare variație. Aceste două momente sunt $\tau+T/3$ și $\tau+T$.

Avem:

$$y\left(\tau + \frac{T}{3}\right) = k \Delta u (1 - e^{-1/3}) = 0.283\Delta y_{st} \quad (5.204)$$

$$y(\tau + T) = k \Delta u (1 - e^{-1}) = 0.632\Delta y_{st} \quad (5.205)$$

Aceste două momente sunt:

$$t_1 = \tau + \frac{T}{3} \text{ și } t_2 = \tau + T. \quad (5.206)$$

Situația corespunzătoare acestei metode este prezentată grafic în Fig.5.56.

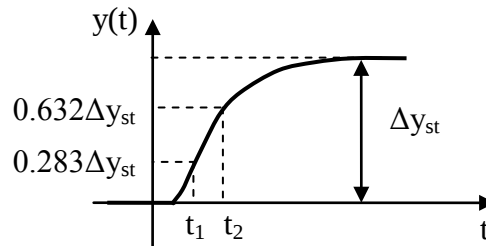


Fig.5.56.

Pentru parametrii modelului, rezultă valorile:

$$T = \frac{3}{2}(t_2 - t_1) \quad (5.207)$$

$$\tau = t_2 - T$$

Există situații în care, pentru un sistem cunoscut, de ordin superior, este necesară aproximarea acestuia printr-un model de ordinul I. În această situație, constanta de timp T se aproximează ca fiind cea mai mare constantă de timp a procesului. Timpul mort τ poate fi aproximat ca fiind suma tuturor celorlalte constante de timp ale procesului plus timpul mort al acestuia.

5.11.5. Acordarea regulatorului utilizând modelul pentru bucla deschisă

Acești parametri de acord au fost stabiliți de Ziegler-Nichols pentru modelul stabilit pe baza tangentei, deci după modelul I.

Parametrii regulatorului sunt dați, pentru diversele legi de reglare, în tabelul 5-2.

Tabelul 5-2.

Tip Regulator	Parametru regulator		
	k_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{k} \left(\frac{\tau}{T} \right)^{-1}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{k} \left(\frac{\tau}{T} \right)^{-1}$	3.33τ	-
PID	$\frac{1.2}{k} \left(\frac{\tau}{T} \right)^{-1}$	2τ	0.5τ

Aceste relații sunt orientative, ele fiind suficient de precise pentru valori ale raportului τ/T cuprinse între $[0.1, 0.5]$.

5.11.6. Acordarea regulatorului după criterii integrale

Acest mod de acordare a regulatorului a fost determinat de Paul Murrill și Cecil Smith, care folosesc pentru proces un model de ordinul I, cu factor de amplificare k , constanta de timp T și timpul mort τ .

Acești parametri au fost determinați în vederea minimizării erorii sistemului.

Criteriile de acordare propuse sunt:

- Criteriul *Integrala din valoarea absolută a erorii să fie minimă* (Integral of the Absolute Value of the Error)

$$IAE = \int_0^{\infty} |\varepsilon(t)| dt = \min im \quad (5.208)$$

- Criteriul *Integrala din pătratul erorii să fie minim* (Integral of the Square of the Error)

$$ISE = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt = \min im \quad (5.209)$$

Diferența dintre IAE și ISE constă în faptul că ISE pune un mai mare accent pe erorile mari, care apar de obicei la începutul răspunsului sistemului.

În încercarea de a reduce erorile inițiale, criteriul ISE conduce la valori mari ale factorului de amplificare și răspunsuri foarte oscilante, cu liniștirea acestora după un timp îndelungat.

Eliminarea acestor neajunsuri se poate obține prin ponderarea erorilor cu timpul scurs, rezultând criteriile:

- Criteriul *Integrala valorii absolute a erorii ponderate în tim să fie minimă* (Integral of the Time-Weighted Absolute Value of the Error)

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |\varepsilon(t)| dt = \min im \quad (5.210)$$

- Criteriul *Integrala pătratului erorii ponderat în timp să fie minimă* (Integral of the Time-Weighted Square of the Error)

$$ITSE = \int_0^{\infty} t \varepsilon^2(t) dt = \min im \quad (5.211)$$

Pentru aceste criterii, au fost elaborate tabele de acordare a parametrilor regulatorului, atât pentru situațiile în care variațiile perturbațiilor sunt

mult mai prezente în sistem decât variația referinței (sisteme de rejecție a perturbațiilor) cât și pentru situațiile în care referința se modifică frecvent (sisteme de urmărire), perturbațiile intervenind întâmplător.

Parametrii de acord ai regulatorului pentru un proces al cărui model este de forma $G(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{1+Ts}$ în cazul sistemelor destinate rejecției perturbațiilor sunt dați în Tabelul 5-3.

Tabelul 5-3.

Criteriu		ISE	IAE	ITAE
Regulator P, $C(s) = k_p$. $k_p = \frac{a}{k} \left(\frac{\tau}{T} \right)^b$	$a =$ $b =$	1.411 -0.917	0.902 -0.985	0.490 -1.084
Regulator PI, $C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right)$ $k_p = \frac{a_1}{k} \left(\frac{\tau}{T} \right)^{b_1}$; $T_i = \frac{T}{a_2} \left(\frac{\tau}{T} \right)^{b_2}$	$a_1 =$ $b_1 =$ $a_2 =$ $b_2 =$	1.305 -0.959 0.492 0.739	0.984 -0.986 0.608 0.707	0.859 0.977 0.674 0.680
Regulator PID, $C(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right)$ $k_p = \frac{a_1}{k} \left(\frac{\tau}{T} \right)^{b_1}$; $T_i = \frac{T}{a_2} \left(\frac{\tau}{T} \right)^{b_2}$; $T_d = a_3 T \left(\frac{\tau}{T} \right)^{b_3}$	$a_1 =$ $b_1 =$ $a_2 =$ $b_2 =$ $a_3 =$ $b_3 =$	1.495 0.945 1.101 0.771 0.560 1.006	1.435 -0.921 0.878 0.749 0.482 1.137	1.357 -0.947 0.842 0.738 0.381 0.995

Parametrii de acord ai regulatorului, pentru un proces al cărui model este de forma $G(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{1 + Ts}$, determinați în funcție de factorul de amplificare k , de timpul mort τ și de constanta de timp T , în cazul sistemelor de urmărire, sunt dați în Tabelul 5-4.

Tabelul 5-4.

Criteriu		IAE	ITAE
Regulator PI, $C(s) = k_p(1 + \frac{1}{sT_i})$ $k_p = \frac{a_1}{k} \left(\frac{\tau}{T}\right)^{b_1}; T_i = \frac{T}{a_2 + b_2(\tau/T)}$	$a_1 =$ $b_1 =$ $a_2 =$ $b_2 =$	0.758 -0.861 1.020 -0.323	0.586 -0.916 1.030 -0.165
Regulator PID, $C(s) = k_p(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d)$ $k_p = \frac{a_1}{k} \left(\frac{\tau}{T}\right)^{b_1}; T_i = \frac{T}{a_2 + b_2(\tau/T)};$ $T_d = a_3 T \left(\frac{\tau}{T}\right)^{b_3}$	$a_1 =$ $b_1 =$ $a_2 =$ $b_2 =$ $a_3 =$ $b_3 =$	1.086 -0.869 0.740 -0.130 0.348 0.914	0.965 -0.855 0.796 0.147 0.308 0.929

Și acești parametri de acordare au fost stabiliți în condițiile unor valori pentru raportul τ/T cuprinse între [0.1, 1].