

Capitolul 6

Considerații privind controlul robust al sistemului

Analizând comportarea unui sistem în buclă închisă, este evident că introducerea reacției negative reduce efectul perturbațiilor asupra sistemului și diminuează influențele modificării parametrilor sistemului.

6.1. Elemente ale controlului robust

Dacă se dorește ca în prezența perturbațiilor și a zgomotelor să se obțină un sistem de control performant, trebuie luate în considerare următoarele elemente:

- a) performanța de urmărire (sarcina de a menține eroarea de urmărire cât mai mică);
- b) rejecția perturbațiilor (modificări nesemnificative ale mărimei de ieșire la variația perturbațiilor);
- c) sensibilitatea la erorile modelului sistemului (sarcina de a menține sensibilitatea la valori cât mai mici);
- d) marginea de stabilitate (obținerea unei margini de stabilitate robuste);
- e) sensibilitatea la zgomotele traductorului (obținerea unei sensibilități reduse).

Pentru a evidenția modul în care pot fi atinse aceste obiective, se consideră sistemul având structura dată în Fig.6.1.

Pentru acest sistem se pot face următoarele aprecieri:

- a) *performanțele de urmărire*. Aceste performanțe sunt date de funcția de transfer în raport cu referința:

$$H_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} [C_1(s) + C_2(s)] \quad (6.1)$$

Pentru a obține performanță în urmărirea referinței, trebuie ca $H_R(s)$ să fie cât mai aproape de 1 (în modul) pe un larg domeniu de frecvențe.

Acest lucru este posibil a fi realizat prin ajustarea parametrilor controlerelor $C_1(s)$ și $C_2(s)$.

- b) *rejecția perturbațiilor*. Gradul de rejecție al perturbațiilor poate fi exprimat prin raportul dintre funcția de transfer a mărimei de ieșire în

raport cu perturbațiile, $H_V(s)$, și funcția de transfer a căii directe între punctul în care intră perturbația și ieșirea sistemului, $G(s)$, adică:

$$S_V(s) = \frac{H_V(s)}{G(s)} = -\frac{1}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} \quad (6.2)$$

Pentru a îmbunătăți rejecția perturbațiilor, este necesar ca $S_V(s)$ să fie cât mai mic pe un domeniu de frecvență cât mai extins.

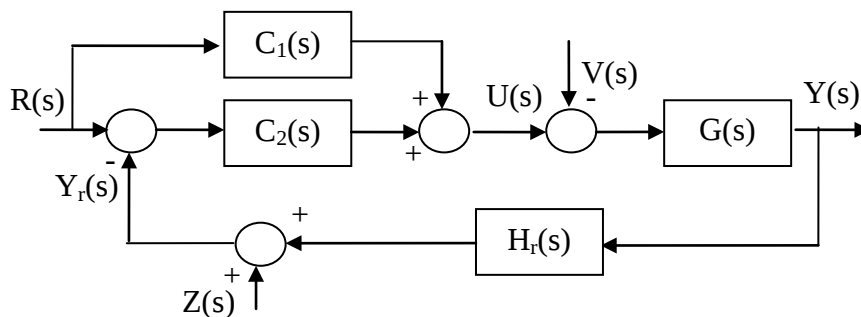


Fig. 6.1.

6.2. Sensitivitatea la erorile modelului

c) *sensitivitatea la erorile modelului.* Atunci când se are în vedere conceperea unui sistem de reglare automată se pornește de la modelul părții fixate a procesului tehnic supus controlului. Un astfel de model nu este întotdeauna foarte precis, dar el aproximează suficient de bine procesul tehnic respectiv.

Diferența dintre procesul propriu-zis și modelul contruit pentru acesta este dată de eroarea de modelare. Aceste erori pot să apară din mai multe cauze:

- neglijarea caracteristicilor neliniare ale părții fixate;
- neglijarea caracteristicilor la înaltă frecvență ale părții fixate (ex: rezonanțe, neglijarea maselor unor resoarte, ...);
- stabilirea cu o slabă acuratețe a parametrilor părții fixate;
- caracteristici ale părții fixate care se pot modifica în timp, etc.

Pentru simplificarea notațiilor, considerăm $\hat{G}(s)$ funcția de transfer actuală a părții fixate, $G(s)$ funcția de transfer a modelului acesteia, iar $\Delta G(s)$ diferența dintre acestea, adică:

$$\Delta G(s) = \hat{G}(s) - G(s), \text{ eroarea de model} \quad (6.3)$$

Senzitivitatea la erorile modelului se referă la diferența dintre răspunsul sistemului în prezența erorii de model și în absența acesteia.

Deoarece:

$$H_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} [C_1(s) + C_2(s)], \quad (6.4)$$

variațiile lui $H_R(s)$ pot fi date prin:

$$\begin{aligned} \Delta H_R(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{[C_1(s) + C_2(s)][G(s) + \Delta G(s)]}{1 + C_1(s)H_r(s)[G(s) + \Delta G(s)]} - \\ &- \frac{[C_1(s) + C_2(s)]G(s)}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} \end{aligned} \quad (6.5)$$

adică:

$$\Delta H_R(s) = \frac{[C_1(s) + C_2(s)]\Delta G(s)}{(1 + C_1(s)H_r(s)[G(s) + \Delta G(s)])(1 + C_1(s)G(s)H_r(s))} \quad (6.6)$$

Rezultă:

$$\frac{\Delta H_R(s)}{H_R(s)} = \frac{\Delta G(s)}{G(s)} \frac{1}{1 + C_1(s)H_r(s)\hat{G}(s)} \quad (6.7)$$

Această relație arată că variația relativă a lui $H_R(s)$ este de $1/(1 + C_1(s)H_r(s)\hat{G}(s))$ ori mai mare decât variația relativă a funcției de transfer a părții fixate.

Se observă că, deși funcția de transfer $H_R(s)$ depinde de $C_1(s)$ și $C_2(s)$, totuși, variația relativă a lui $H_R(s)$ depinde numai de $C_1(s)$.

Se notează:

$$S(s) = \frac{1}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} \quad (6.8)$$

Se observă că, exceptând semnul (-) cu care perturbația intră în sistem, gradul de rejecție al perturbațiilor definit prin $S_V(s)$ este același cu sensibilitatea $S(s)$.

$S(s)$ poartă numele de funcția de sensibilitate.

În sistemele înalt performante, trebuie ținut cont de modelul părții fixate la frecvențe înalte și introduse compensatoare bazate pe aceste modele. Dacă partea fixată nu este complet cunoscută la frecvențe înalte, este recomandat ca amplificarea la aceste frecvențe să fie menținută la valori cât mai mici pentru a suprima eventualele comportări nedorite la aceste frecvențe.

6.3. Marginea de stabilitate

d) *marginea de stabilitate*. Este important de știut cum eroarea de model poate să afecteze stabilitatea unui sistem de control automat. Stabilitatea sistemului închis este determinată de modul în care funcția de transfer a sistemului deschis:

$$C_1(s)H_r(s)\hat{G}(s) = C_1(s)H_r(s)(G(s) + \Delta G(s)) \quad (6.9)$$

satisface condițiile criteriului de stabilitate Nyquist.

Dacă $C_1(j\omega)H_r(j\omega)\Delta G(j\omega)$ este mai mică, în modul, decât distanța dintre punctul critic $(-1, j0)$ și punctul $C_1(j\omega)G(j\omega)H_r(j\omega)$ pentru o frecvență dată, ω , atunci $C_1(s)H_r(s)\hat{G}(s)$ satisface condițiile criteriului de stabilitate Nyquist.

Astfel dacă:

$$|C_1(j\omega)H_r(j\omega)\Delta G(j\omega)| < |1 + C_1(j\omega)H_r(j\omega)G(j\omega)|, \quad (6.10)$$

atunci sistemul în buclă închisă este stabil.

Se definește:

$$T(s) = \frac{C_1(s)G(s)H_r(s)}{1 + C_1(s)G(s)H_r(s)} \quad (6.11)$$

Cu această notație, inegalitatea (6.23) devine:

$$\left| \frac{\Delta G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| < \left| \frac{1}{T(j\omega)} \right| \quad (6.12)$$

Rezultă de aici că marginea de stabilitate la această frecvență este cu atât mai mare cu cât $T(j\omega)$ este mai mic.

Funcția $T(s)$ se numește funcția complementară de senzitivitate.

Considerăm că eroarea relativă a modelului este mărginită superior de valoarea $d(j\omega)$.

Dar:

$$\left| \frac{\Delta G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| < d(j\omega) \quad (6.13)$$

Este de notat că în cele mai multe cazuri $d(j\omega)$ este destul de mic (de ordinul a 0.1) în domeniul frecvențelor joase, aproximativ 1 în zona frecvențelor medii și destul de mare în zona frecvențelor înalte.

Locul de transfer al sistemului este dat în Fig.6.2.

Dacă $G(s)$ este perturbat către valoarea $\hat{G}(s)$, locul de transfer se modifică dar rămâne în zona hașurată.

Sistemul de fază minimă rămâne stabil atât timp cât regiunea hașurată nu include punctul critic $(-1, j0)$.

Se alege $T(s)$ astfel încât să avem:

$$\left| \frac{1}{T(j\omega)} \right| \geq d(j\omega) \quad (6.14)$$

Ținând cont de expresia sensibilității și a sensibilității complementare, putem scrie:

$$S(j\omega) + T(j\omega) = 1 \quad (6.15)$$

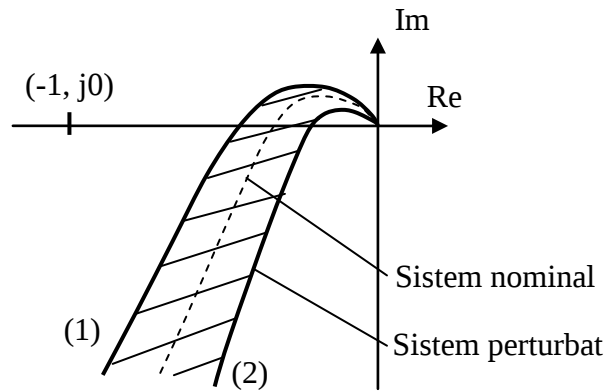


Fig. 6.2.

În zona frecvențelor înalte în care $d(j\omega)$ este mai mare decât unitatea, avem:

$$|T(j\omega)| \leq \frac{1}{d(j\omega)} \quad (6.16)$$

$$|S(j\omega)| \geq 1 - \frac{1}{d(j\omega)} \quad (6.17)$$

Dacă $S(j\omega)$ și $T(j\omega)$ satisfac aceste inegalități, atunci stabilitatea sistemului este garantată.

De notat că $d(j\omega)$ reprezintă marginea superioară pentru $|T(j\omega)|$.

Deoarece :

$$T(j\omega) = \frac{C_1(j\omega)G(j\omega)H_r(j\omega)}{1 + C_1(j\omega)G(j\omega)H_r(j\omega)} \quad (6.18)$$

iar $|C_1(j\omega)G(j\omega)H_r(j\omega)|$ este mic la frecvențe înalte ($\ll 1$), rezultă că $T(j\omega)$ este aproximat pentru aceste frecvențe prin $C_1(j\omega)G(j\omega)H_r(j\omega)$.

Rezultă atunci că, pentru frecvențele înalte,

$$|C_1(j\omega)G(j\omega)H_r(j\omega)| < \frac{1}{d(j\omega)}, \quad (6.19)$$

ceea ce înseamnă că eroarea de model este mărginită superior.

e) *sensitivitatea la zgomotul traductoarelor*. Această sensibilitate este determinată de funcția de transfer $H_V(s)$. Rezultă că această sensibilitate este cu atât mai mică cu cât funcția complementară de sensibilitate este mai mică, iar efectul zgomotului traductorului este mic.

Concluzii:

- Pentru îmbunătățirea rejecției perturbațiilor, trebuie să avem $S(j\omega)$ cât mai mic;
- Pentru a avea o sensibilitate la erorile modelului cât mai mică, trebuie să avem $S(j\omega)$ cât mai mic;
- Pentru îmbunătățirea marginii de stabilitate trebuie să avem $T(j\omega)$ cât mai mic;
- Pentru micșorarea sensibilității la zgomotele traductorului trebuie să avem $T(j\omega)$ cât mai mic.

Dar $S(j\omega) + T(j\omega) = 1$. Este interesant de observat că performanța de urmărire depinde atât de $C_1(s)$ cât și de $C_2(s)$, celelalte performanțe depind doar de $C_1(s)$. Aceasta înseamnă că $C_1(s)$ determină caracteristicile sistemului în buclă închisă în totalitate, iar $C_2(s)$ influențată doar funcția de transfer în buclă închisă între referința $R(s)$ și ieșirea $Y(s)$.

Folosind un regulator PID cu două grade de libertate, se vor îmbunătăți mai întâi performanțele sistemului în buclă închisă prin $C_1(s)$ și apoi răspunsul sistemului la referință, prin $C_2(s)$.

Acesta este avantajul utilizării unui sistem de control cu două grade de libertate, posibilitatea ajustării performanțelor sistemului și a răspunsului la semnalul de referință în mod independent.

Amplasând cerințele pentru un sistem de control robust în planul caracteristicii atenuare-frecvență (Bode), pot fi impuse condiții care să satisfacă cerințele impuse de sensibilitate, eroare staționară sau zgomot de traductor.

Cerința ca $S(j\omega)$ să fie mică în domeniul frecvențelor joase impune o mărginire inferioară a amplificării la frecvențe joase.

În mod asemănător, cerința ca $|T(j\omega)|$ să fie cât mai mic în zona frecvențelor înalte impune o mărginire superioară a amplificării la frecvențe înalte.

O diagramă Bode acceptabilă, care să satisfacă aceste condiții, este dată în Fig.6.3.

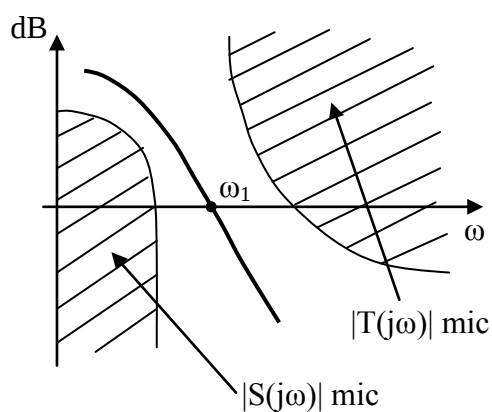


Fig. 6.3.

Pulsăția ω_1 trebuie să fie în vecinătatea benzii de trecere impuse, iar panta caracteristici atenuare-frecvență în zona pulsației ω_1 trebuie să fie de -20 [dB/dec].