

LUCRAREA 14

ACORDAREA REGULATOARELOR PRIN METODA ZIEGLER-NICHOLS

Acordarea reguletoarelor automate continue constă în ajustarea parametrilor acestora astfel încât să fie atinse și menținute performanțele impuse sistemului de reglare automată.

Există două metode frecvent utilizate de acordare a parametrilor regulatorului unui proces.

Prima metodă este o metodă online sau în buclă închisă și se utilizează în orice situație, dar în mod obligatoriu atunci când procesul respectiv nu permite deschiderea buclei de reglare.

A doua metodă se bazează pe răspunsul sistemului în buclă deschisă la un semnal de intrare treaptă.

Tot prima metodă se utilizează și atunci când sistemul în buclă deschisă este instabil și nu poate fi utilizat pentru evidențierea unui răspuns la un semnal treaptă.

Acordarea înseamnă de fapt ajustarea parametrilor regulatorului în vederea obținerii unui răspuns dorit al sistemului în buclă închisă.

Valorile parametrilor regulatorului depind de toate elementele care alcătuiesc bucla de reglare.

Dacă procesul este neliniar, el poate fi liniarizat în jurul unui anumit punct de funcționare. Rezultă că, pentru un sistem de reglare dat, caracteristicile acestuia se modifică la trecerea de la un punct de funcționare la altul. Aceasta înseamnă că acordarea parametrilor regulatorului, efectuată pentru un anumit punct de funcționare, produce răspunsul dorit al sistemului numai în acest punct, ținând cont că reguletoarele standard sunt liniare.

Pentru lucrul într-un domeniu mai larg trebuie realizat un compromis în acordarea regulatorului, alegând parametrii acestuia astfel încât să avem o comportare corespunzătoare a sistemului pe întreg domeniul de lucru.

O caracteristică a sistemelor de reglare automată ce simplifică mult procesul de acordare a parametrilor regulatorului constă în faptul că performanțele sistemului nu sunt foarte dependente de parametrii regulatorului.

Față de o valoare a parametrilor care rezultă dintr-o acordare foarte precisă a regulatorului, o variație a acestora în limita a 50% nu va produce modificări profunde în evoluția sistemului.

Factorul de amplificare critic și pulsația critică a unui sistem

Considerăm un sistem de reglare automată stabil, având o margine de fază și de amplificare corespunzătoare.

Dacă se face referire la locul de transfer al sistemului deschis, înseamnă că acesta intersectează semiaxa reală negativă într-un punct situat în zona $[-0.5, 0]$ și cercul de rază unitară cu centrul în origine într-un punct situat în cadranul III, având argumentul în zona $[-150^\circ, -120^\circ]$, adică o margine de fază între $[30^\circ, 60^\circ]$.

Determinarea factorului de amplificare critic și a pulsației critice a sistemului poate fi făcută experimental, dacă procesul face parte dintr-un sistem de reglare automată de are pe calea directă un regulator P (sau regulator PID) și dacă acesta permite efectuarea de experimente.

De asemenea, pentru situațiile pentru care funcția de transfer a părții fixate (a procesului) este cunoscută, pot fi utilizate alte metode pentru determinarea acestor elemente critice.

- *Determinarea experimentală a valorilor k_{cr} și ω_{cr}*

Considerăm acum că sistemul are pe calea directă un regulator de tip P, deci un factor de amplificare variabil, k_p , așa cum este prezentat în Fig.1. În acest caz s-a considerat procesul (la modul general) ca fiind pe calea directă, alături de regulatorul de tip P. Funcția de transfer a acestuia poate fi cunoscută sau nu pentru determinarea parametrilor regulatorului prin metoda propusă. Acest factor de amplificare constituie componenta liberă a factorului de amplificare global al funcției de transfer a căii directe, notat k .

Dacă se crește factorul de amplificare k_p , crește implicit și k , iar, pentru o anumită valoare a acestuia, locul de transfer trece prin punctul critic $(-1, j0)$. În acest punct, sistemul devine instabil, factorul de amplificare pentru

care se obține această situație fiind notat k_{cr} (k critic), iar sistemul oscilează cu pulsația ω_{cr} .

Dacă este permis a se efectua manevre asupra sistemului închis, este posibilă reterminarea valorilor k_{cr} și ω_{cr} prin creșterea factorului de amplificare al căii directe prin intermediul lui k_p până la o valoare pentru care se obțin în sistem oscilații stabile (amplitudinea acestor oscilații rămâne constantă).

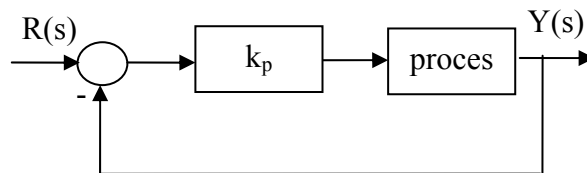


Fig.1. Sistemul închis

Valoarea factorului de amplificare global al căii directe este chiar valoarea critică ce va fi utilizată în determinarea parametrilor regulatorului. Valoarea ω_{cr} se obține prin măsurarea pe răspunsul oscilant obținut a perioadei critice de oscilație a semnalului ce constituie răspunsul sistemului și apoi calculul pulsației critice prin relația:

$$\omega_{cr} = \frac{2\pi}{T_{cr}} \quad (1)$$

Parametrii de acord ai regulatorului depind numai de aceste două valori critice determinate, k_{cr} și T_{cr} .

- *Determinarea teoretică a valorilor k_{cr} și ω_{cr}*

Considerăm că sistemul închis are pe calea directă funcția de transfer $G(s)$ și un factor de amplificare dat de regulatorul P , notat K . Sistemul are reacție negativă unitară.

Dacă pentru sistemul pentru care urmează a fi implementat regulatorul PID se cunoaște funcția de transfer a căii directe, $G(s)$, atunci valorile k_{cr} și ω_{cr} se pot obține rezolvând ecuația caracteristică a sistemului, $1+KG(s)=0$, unde $G(s)$ este funcția de transfer în buclă deschisă a sistemului, dependentă de elementele constructive ale procesului.

O modalitate de a obține factorul de amplificare critic și pulsația critică (în această ordine) constă în determinarea, mai întâi, a factorului de amplificare limită pentru care sistemul este stabil, folosind criteriul de stabilitate Routh. Valoarea astfel determinată este k_{cr} . Prin înlocuirea acestui factor de amplificare în ecuația caracteristică se va determina pulsația critică ω_{cr} .

O soluție mai simplă constă în trasarea locului rădăcinilor pentru sistemul închis a cărui cale directă include factorul de amplificare al regulatorului de tip P, notat K. Urmărind intersecția locului cu semiaxa imaginară pozitivă vom putea determina direct, de pe locul rădăcinilor, atât pulsația critică (la care locul intersectează axa imaginară) cât și factorul de amplificare critic, corespunzător acestui punct.

Pentru exemplificarea rezultatelor expuse vom considera un sistem cu reacție negativă unitară, Fig.1, ce are pe calea directă procesul supus reglării cu funcția de transfer :

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+5)} \quad (2)$$

Acordarea regulatorului pe baza amplificării și pulsației critice

Dacă sistemul supus acordării parametrilor regulatorului permite determinarea teoretică a amplificării și pulsației critice, deci dacă sistemul este cunoscut complet prin funcțiile de transfer ale tuturor elementelor componente, se poate trece direct la determinarea parametrilor regulatorului.

Dacă acest lucru nu este posibil, este necesară determinarea experimentală a acestor valori. Pentru aceasta, se procedează astfel:

- Se anulează efectul componentelor integrale și derivate ale regulatorului. Acest lucru se face prin anularea componentei derivate, $T_d=0$, și prin creșterea la valoarea maximă posibilă (teoretic la infinit) a lui T_i (efect integrator minim);
- Cu sistemul de reglare în regim automat, cu bucla închisă, se crește amplificarea k_p a regulatorului proporțional până când sistemul

oscilează cu amplitudine constantă. Valoarea acestei amplificări este $k=k_{cr}$ (această valoare se notează);

- Din înregistrarea oscilațiilor ieșirii sistemului se măsoară perioada oscilațiilor notată T_{cr} ;

Creșterea amplificării, după apariția oscilațiilor (amortizate) în comportarea sistemului trebuie făcută în pași mici către valoarea k_{cr} .

Pentru răspunsul sistemului, metoda de acordare propusă de Ziegler și Nichols presupune o scădere a amplitudinii oscilațiilor în timpul funcționării sistemului de reglare automată în raport 4:1.

Acest raport este de fapt raportul dintre amplitudinile pozitive ale primelor două oscilații ale ieșirii sistemului. Acest raport este independent de intrarea sistemului și depinde numai de rădăcinile ecuației caracteristice a sistemului închis.

Răspunsul care se are în vedere la o variație treaptă a perturbațiilor este dat în Fig.2.

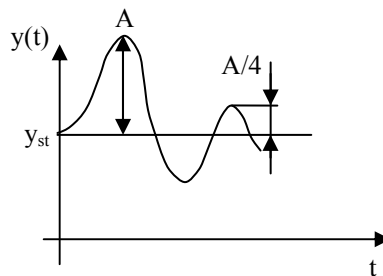


Fig.2. Răspunsul la variația perturbației

Dacă se are în vedere o variație treaptă a referinței, atunci sistemul va răspunde așa cum este prezentat în Fig.3.

Acordarea parametrilor regulatorului pe baza informațiilor cu privire la factorul de amplificare critic și pulsația critică, determinate pentru sistemul în buclă închisă, se face după notațiile date în Tabelul 1.

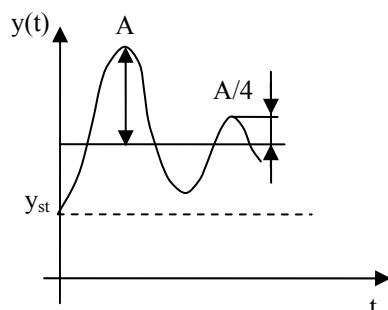


Fig.3. Răspunsul la variația referinței

Tabelul 1.

Tip Regulator	Parametru regulator		
	k_p	T_i	T_d
P	$0.5 k_{cr}$	-	-
PI	$0.45 k_{cr}$	$0.83 T_{cr}$	-
PID	$0.6 k_{cr}$	$0.5 T_{cr}$	$0.125 T_{cr}$

Regulatorul PID pentru care sunt dați acești parametri de acord are funcția de transfer de forma:

$$PID(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (3)$$

Pentru alte tipuri de legi de reglare se face adaptarea corespunzătoare a parametrilor de acord.

Se constată că introducerea componentei integrale (regulator PI) determină reducerea cu 10% a amplificării k_p în comparație cu regulatorul de tip P.

În schimb, la introducerea componentei derivate (regulator PID), amplificarea este mai mare decât la reglatoarele P și PI, iar timpul de integrare scade față de PI.

Acest lucru este necesar deoarece integrarea introduce o întârziere de fază, iar derivarea introduce un avans de fază.

Regulatorul PID mai poate fi scris sub forma:

$$\begin{aligned}
 PID(s) &= k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) = 0.6 k_{cr} \left(1 + \frac{1}{0.5 T_{cr} s} + 0.125 T_{cr} s \right) = \\
 &= 0.075 k_{cr} T_{cr} \frac{\left(s + \frac{1}{0.25 T_{cr}} \right)^2}{s} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Rezultă că acest regulator, determinat pe baza valorilor din tabelul 1 are un pol în origine și un zerou dublu în $s = -\frac{1}{0.25 T_{cr}}$.

Acest tip de acordare este foarte convenabil în cazul perturbațiilor care vor fi stinse, ca efect, imediat.

Totodată, această acordare nu este chiar atât de convenabilă pentru variația treaptă a referinței, deoarece produce suprareglări mari, de aproximativ 50%.

Acest lucru poate fi corectat imediat prin reducerea factorului de amplificare față de valoarea din tabelul 1.

Procedura de determinare a parametrilor de acord a regulatorului presupune deci modificarea unui singur parametru al regulatorului, k_p .

Din cauza insensitivității răspunsului sistemului, la acordarea precisă a regulatorului, nu este absolut necesar să creștem amplificarea sistemului până la apariția oscilațiilor întreținute. Orice oscilație amortizată, obținută prin creșterea factorului de amplificare k_p , poate fi utilizată pentru acordarea parametrilor regulatorului.

Perioada critică de oscilație se obține imediat, factorul de amplificare obținut din k_{cr} putând fi ajustat ulterior la finețe.

Rezultate experimentale

În cadrul acestor rezultate experimentale se vor determina parametrii de acord ai unui regulator PID pe baza metodei Ziegler-Nichols pentru sistemul propus având funcția de transfer $G(s)$, Fig.4.

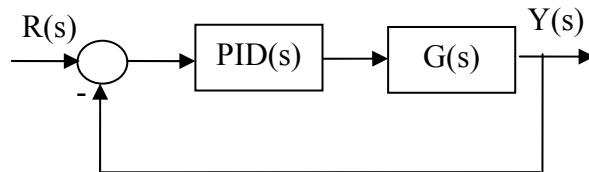


Fig.4. Sistemul de reglare automată

- *Determinarea experimentală a valorilor k_{cr} și ω_{cr}*

Deoarece pentru acest caz nu avem sistemul fizic, vom determina elementele critice pe baza unei simulări folosind mediul de programare MATLAB_SIMULINK, realizând sistemul din Fig.5.

Factorul de amplificare k_p al regulatorului a fost crescut până când s-au obținut la ieșirea sistemului oscilațiile întreținute din Fig.6.

Valoarea acestui factor de amplificare este $k_{cr}=30$. Perioada oscilațiilor întreținute este $T_{cr}=2.8$ [s].

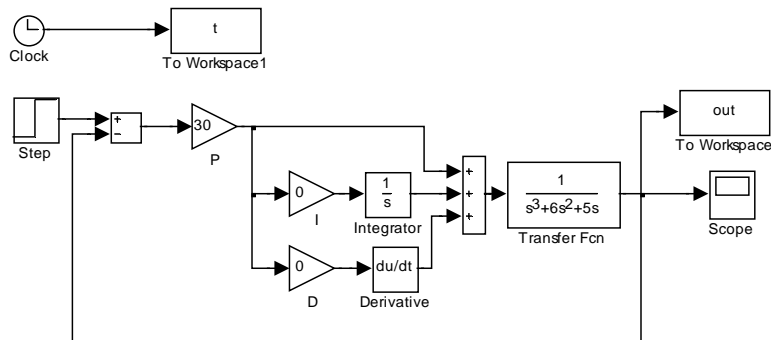


Fig.5. Modelul sistemului studiat

- *Determinarea teoretică a valorilor k_{cr} și ω_{cr}*

Prima variantă în care se pot determina valorile pentru factorul de amplificare critic și pulsația critică se bazează pe determinarea valorii

factorului de amplificare pentru care sistemul atinge limita de stabilitate prin utilizarea criteriului Routh, situație prezentată în Tabelul 2:

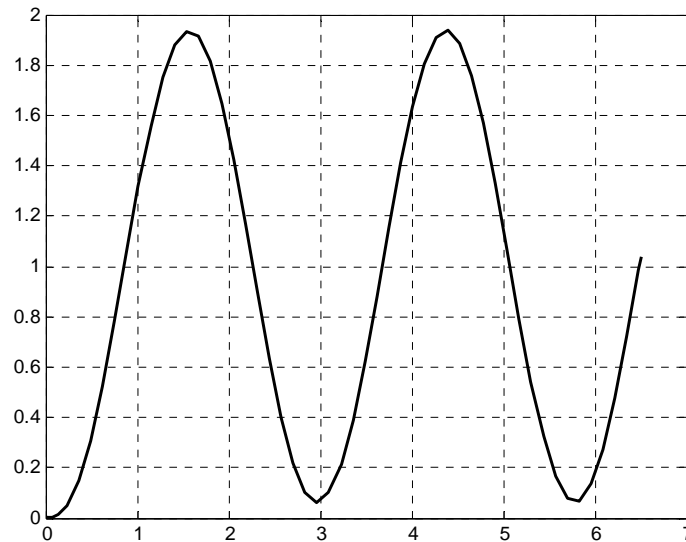


Fig.6. Oscilațiile întreținute

Tabelul 2

s^3	1	5
s^2	6	k_p
s	$\frac{30 - k_p}{6}$	
s^0	k_p	

Analizând coeficienții din prima coloană a tabloului rezultă că valoarea limită a lui k_p pentru care sistemul este stabil este $k_p=30$. (Toți coeficienții din prima coloană trebuie să fie pozitivi).

Înlocuind această valoare pentru k_p în ecuația caracteristică:

$$s(s+1)(s+5) + k_p = 0 \quad (5)$$

se obține:

Tehnica reglării și control automat

$$s^3 + 6s^2 + 5s + 30 = 0 \quad (6)$$

Făcând $s = j\omega$ în ecuația (6) și grupând termenii care conțin parte imaginară se obține:

$$6(5 - \omega^2) + j\omega(5 - \omega^2) = 0 \quad (7)$$

Rezultă de aici valoarea critică pentru pulsație:

$$\omega_{cr} = \sqrt{5} = 2.236 \quad (8)$$

Perioada critică va fi deci:

$$T_{cr} = \frac{2\pi}{\omega_{cr}} = 2.8099 \text{ [s]}. \quad (9)$$

Dacă pentru determinarea valorilor critice se folosește locul de transfer, vom utiliza, în MATLAB, comenzile:

```
s=tf('s');  
G=1/(s^3+6*s^2+5*s)  
rlocus(G)  
axis([-6 5 -5 5])
```

Valorile critice sunt cele care apar în chenarul din fereastra grafică din Fig.7, adică amplificarea (gain) $k=30$ și pulsația $\omega=2.23$ [rad/s].

Valorile critice determinate, în baza cărora se va determina regulatorul PID prin metode Ziegler-Nichols sunt deci:

$$\begin{aligned} k_{cr} &= 30 \\ T_{cr} &= \frac{2\pi}{\omega_{cr}} = 2.8099 \end{aligned} \quad (10)$$

Rezultă, pentru parametrii de acord ai regulatorului valorile:

$$\begin{aligned} k_p &= 0.6k_{cr} = 18 \\ T_i &= 0.5T_{cr} = 1.405 \text{ [s]} \\ T_d &= 0.125T_{cr} = 0.351 \text{ [s]} \end{aligned} \quad (11)$$

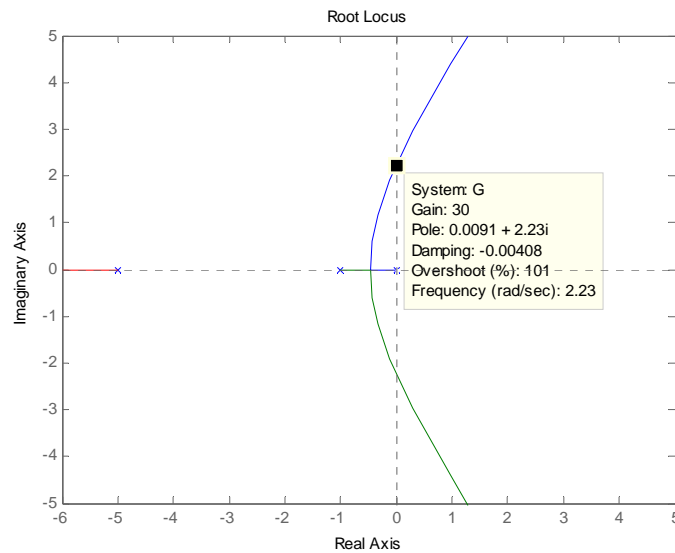


Fig.7. Locul rădăcinilor

Regulatorul PID poate fi pus sub forma (4) și se obține:

$$PID(s) = 6.3223 \frac{(s + 1.4235)^2}{s} \quad (12)$$

Cu aceste valori, răspunsul sistemului închis în prezența regulatorului arată ca în Fig.8.

Se observă că răspunsul obținut are o suprareglare de peste 60% și un timp de răspuns $tr_{2\%}$ de aproximativ 10 [s].

Valorile obținute prin metode Ziegler-Nichols pentru parametrii de acord ai regulatorului nu permit obținerea unor performanțe corespunzătoare în ceea ce privește suprareglarea și timpul de răspuns. De aceea, aceste valori se consideră drept valori inițiale pentru parametrii regulatorului, urmând a se face mai apoi o acordare fină a regulatorului, adică o ajustare a parametrilor acestuia astfel încât să se obțină performanțe mult îmbunătățite.

Această ajustare fină poate fi făcută prin utilizarea MATLAB-ului pornind de la funcția de transfer a regulatorului de forma:

$$PID(s) = k_p \frac{(s+a)^2}{s} \quad (13)$$

unde pentru k_p și a avem valori de referință furnizate de metoda Ziegler-Nichols și anume:

$$\begin{aligned} k_p &= 18 \\ a &= 1.4235 \end{aligned} \quad (14)$$

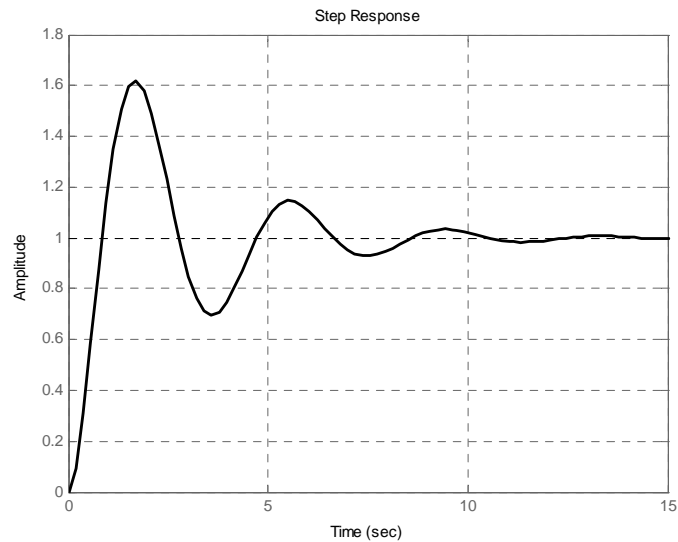


Fig.8. Răspunsul indicial al sistemului închis

Programul în MATLAB care permite acordarea fină a regulatorului prin impunerea unei anumite valori a suprareglării este L14_fine_ZN.m

L14_fine_ZN.m

```
% Determinarea parametrilor de acord pentru un regulator
% PID de forma k*(s+a)^2/s pe baza suprareglării sigma
impuse.
% Se evaluează timpul de răspuns tr2%.

supra=input('Valoarea maxima a suprareglării [%] :')
val_m=1+0.01*supra;
t = 0:0.01:5;
s=tf('s');
% G=1/(s^3+6*s^2+5*s);
```

```

for K = 50:-1:2;
for a = 2:-0.05:0.05;
num_reg = [0 K 2*K*a K*a^2];
den_reg=[1 0];
num_G=[0 1];
den_G=[1 6 5 0];
num_cl=conv(num_reg,num_G);
den_cl=conv(den_reg,den_G)+conv(num_reg,num_G);
%num = [K 2*K*a K*a^2];
%den = [1 6 5+K 2*K*a K*a^2];
%y = step(num,den,t);
y = step(num_cl,den_cl,t);
m = max(y);
s = 501;

while y(s) > 0.98 & y(s) < 1.02;
s = s-1;
end;

ts = (s-1)*0.01;

if m < val_m & m > 1.02
break;
end
end
if m < val_m & m > 1.02
break;
end
end
end

%plot(t,y)
step(num_cl,den_cl,5);
grid
title('Raspunsul indicial')
xlabel('t [s]')
ylabel(' Marimea de iesire')

solution = [K;a;m;ts]

```

Pentru o suprareglare impusă de 20%, o variantă de regulator PID este obținută pentru

$$\begin{aligned} k_p &= 48 \\ a &= 0.2 \end{aligned} \quad (15)$$

Timpul de răspuns 2% este de numai 2.11 [s].
Răspunsul indicial al sistemului pentru noile valori ale parametrilor regulatorului PID este dat în Fig.9.

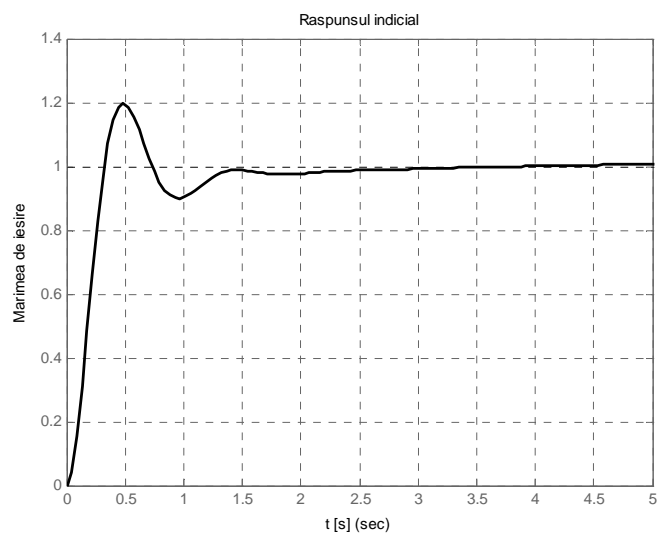


Fig.9. Răspunsul indicial pentru
 $k=48$, $a=0.2$, $\sigma=20\%$, $t_r=2.11$

Se pot impune și alte valori ale suprareglării și se pot determina răspunsurile corespunzătoare.