

## LUCRAREA 15

### SISTEM DE LEVITAȚIE MAGNETICĂ

Sistemul propus este dedicat controlului poziției unui magnet care este menținut în stare de echilibru prin forța de atracție exercitată de un electromagnet. Sunt cunoscute mai multe sisteme de control a poziției unor obiecte feromagnetice sau chiar a unor magneți. Toate funcționează pe principiul controlului forței de atracție exercitate de către electromagnet asupra obiectului care este supus levitației, prin variația curentului care străbate bobina. Unele dintre acestea folosesc drept traductor de poziție un sistem optic, compus dintr-un emițător și un receptor de lumină. Fascicolul emis este trimis către receptor (o fotodiodă sau un fototranzistor). Pe acest traseu, fascicolul este parțial obturat de către obiectul care levitează. Cantitatea de lumină recepționată furnizează informații cu privire la poziția obiectului care levitează, ținând cont că emițătorul și receptorul au poziții fixe.

Un alt tip de traductor frecvent utilizat este de tip senzor Hall liniar. Acest traductor este utilizat în cazul în care obiectul care levitează este un magnet și furnizează o tensiune de ieșire proporțională cu intensitatea câmpului magnetic care îl străbate. Această tensiune de ieșire poate furniza informații în legătură cu poziția magnetului care levitează.

#### *Descrierea sistemului*

Sistemul prin care poate fi menținut în levitație un magnet aflat în câmpul de atracție al unui electromagnet este prezentat în Fig.15.1. Pe un suport din aluminiu este fixată o bobină cu miez feromagnetic, miezul fiind de fapt un șurub care servește și la fixarea bobinei de suport. Senzorul Hall (liniar) este amplasat sub magnetul care va levita sub bobină. Prin variația poziției magnetului în fața bobinei, vom avea și o variație a distanței dintre magnet și senzorul Hall. Aceasta va conduce la modificarea intensității câmpului magnetic ce străbate senzorul Hall, deci

la variația tensiunii de ieșire a acestuia. De reamrnat faptul că la micșorarea distanței dintre magnet și bobină va crește distanța dintre magnet și senzor, intensitatea câmpului la nivelul sezorului va scădea și vom avea și o scădere (sau o creștere) a tensiunii la ieșirea senzorului. Tipul de variație depinde de polul magnetului care se află către senzorul Hall.

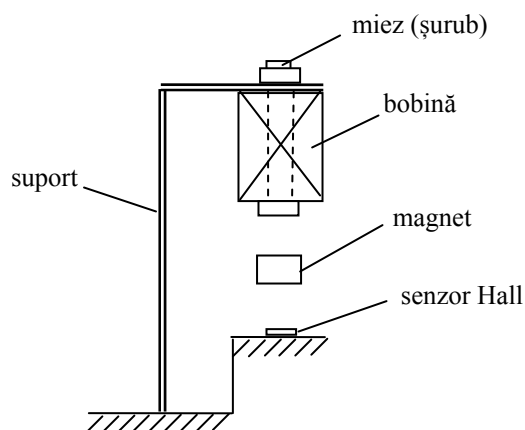


Fig.15.1.

Forța de atracție a electromagnetului va putea fi modificată prin trimiterea către bobina a unui tren de impulsuri dreptunghiulare de tensiune cu factor de umplere variabil, fapt care va conduce la variația valorii medii a curentului din bobină. Dacă, în timpul funcționării sistemului, magnetul se depărtează de bobină (coboară) este necesar ca valoarea medie a curentului prin bobină să crească, fapt ce va determina o forță de atracție mai mare exercitată de bobină către magnet iar magnetul își va modifica poziția (va urca). Poziția magnetului va fi furnizată în permanență de valoarea tensiunii la ieșirea senzorului Hall.

### *Modelul matematic al sistemului*

Pentru determinarea modelului matematic al sistemului este necesară scrierea echilibrului de forțe care acționează asupra magnetului. Pentru aceasta, se vor considera notațiile din Fig.15.2.

Se consideră că magnetul are masa  $m$ , distanța dintre magnet și miezul electromagnetului este  $x(t)$  iar valoarea medie a curentului din bobină

este  $i(t)$ . Singurele forțe care acționează asupra magnetului sunt forța de greutate  $G = mg$  și forța de atracție exercitată de electromagnet asupra magnetului,  $F_e$ . Această forță depinde atât de distanța  $x(t)$  cât și de curentul mediu  $i(t)$  printr-o relație de forma:

$$F_e(x(t), i(t)) = K \left( \frac{i(t)}{x(t)} \right)^2 \quad (15.1)$$

unde  $K$  reprezintă o constantă de proporționalitate. Diferența dintre aceste două forțe va fi compensată de forța de inerție:

$$G - F_e(x(t), i(t)) = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \quad (15.2)$$

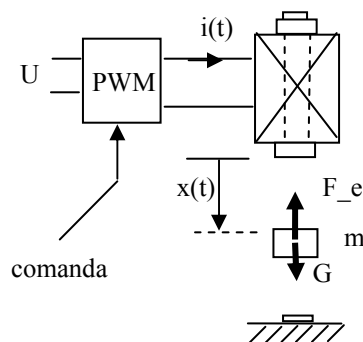


Fig.15.2.

Ținând cont de relațiile (15.1) și (15.2) se poate scrie ecuația care descrie comportarea sistemului:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - K \left( \frac{i(t)}{x(t)} \right)^2 \quad (15.3)$$

Se constată că modelul matematic al sistemului este neliniar, acesta depinzând de pătratul curentului mediu  $i(t)$  și de inversul pătratului distanței  $x(t)$ .

## Tehnica reglării și control automat

---

Pentru a putea controla sistemul descris de ecuația (15.3) este necesară mai întâi liniarizarea acestuia în jurul unui punct de funcționare  $(i_0, x_0)$ .

Pentru aceasta avem două variante de lucru:

(a) Ținem cont că, atunci când sistemul funcționează în jurul punctului  $(i_0, x_0)$ , pot fi introduse notațiile:

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = x(t) - x_0 \\ \hat{i}(t) = i(t) - i_0 \end{cases} \quad (15.4)$$

Dezvoltarea în serie Taylor a funcției  $F_{-e}(x(t), i(t)) = K \left( \frac{i(t)}{x(t)} \right)^2$  și reținerea primilor trei termeni poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{aligned} F_{-e}(x, i) = F_{-e}(x_0, i_0) + \frac{\partial F_{-e}}{\partial x} \Big|_{x=x_0, i=i_0} (x(t) - x_0) + \\ + \frac{\partial F_{-e}}{\partial i} \Big|_{x=x_0, i=i_0} (i(t) - i_0) \end{aligned} \quad (15.5)$$

Efectuând calculele și ținând cont de notațiile din (15.4) obținem aproximarea:

$$F_{-e}(x, i) = F_{-e}(x_0, i_0) - 2K \frac{i_0^2}{x_0^3} \hat{x}(t) + 2K \frac{i_0}{x_0^2} \hat{i}(t) \quad (15.6)$$

În punctul de funcționare, în regim staționar, când mărimile  $i(t)$  și  $x(t)$  sunt constante, potrivit relației (15.3) se poate scrie:

$$0 = mg - K \frac{i_0^2}{x_0^2} \quad (15.7)$$

De aici poate fi dedusă expresia pentru valoarea constantei K:

$$K = mg \frac{x_0^2}{i_0^2} \quad (15.8)$$

În aceste condiții, relația (15.6) devine:

$$F_{-e}(x, i) = mg - 2mg \frac{1}{x_0} \hat{x}(t) + 2mg \frac{1}{i_0} \hat{i}(t) \quad (15.9)$$

Modelul matematic dat de relația (15.3), liniarizat în jurul punctului de funcționare  $(i_0, x_0)$  devine:

$$m \frac{d^2 \hat{x}(t)}{dt^2} = 2mg \frac{1}{x_0} \hat{x}(t) - 2mg \frac{1}{i_0} \hat{i}(t) \quad (15.10)$$

Dacă se introduc notațiile:

$$\begin{cases} K_i = -2g \frac{1}{i_0} \\ K_x = 2g \frac{1}{x_0} \end{cases} \quad (15.11)$$

atunci modelul liniar dat de (15.10) capătă forma:

$$\frac{d^2 \hat{x}(t)}{dt^2} = K_x \hat{x}(t) + K_i \hat{i}(t) \quad (15.12)$$

Curentul în bobină este determinat de tensiunea de alimentare,  $v(t)$ , și de mărimile  $R$  și  $L$  ale rezistenței și inductanței acesteia după relația:

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (15.13)$$

În punctul de funcționare vom avea:

$$v_0 = Ri_0 \quad (15.14)$$

Considerând notația:

$$\hat{v}(t) = v(t) - v_0 \quad (15.15)$$

și efectuând diferența membru cu membru dintre relațiile (15.13) și (15.14) se poate scrie:

$$\hat{v}(t) = R\hat{i}(t) + L \frac{d\hat{i}(t)}{dt} \quad (15.16)$$

Punând împreună relațiile (15.12) și (15.16) rezultă modelul liniar complet al sistemului:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \hat{x}(t)}{dt^2} = K_x \hat{x}(t) + K_i \hat{i}(t) \\ \frac{d\hat{i}(t)}{dt} = -\frac{R}{L} \hat{i}(t) + \frac{1}{L} \hat{v}(t) \end{cases} \quad (15.17)$$

Funcția de transfer a sistemului poate fi obținută prin trecerea în transformate Laplace, în condiții inițiale nule, a relațiilor din (15.17):

$$\begin{cases} s^2 \hat{X}(s) = K_x \hat{X}(s) + K_i \hat{I}(s) \\ s\hat{I}(s) = -\frac{R}{L} \hat{I}(s) + \frac{1}{L} \hat{V}(s) \end{cases} \quad (15.18)$$

Dacă se înlocuiește  $\hat{I}(s)$  din ecuația a doua:

$$\hat{I}(s) = \frac{1}{R + sL} \hat{V}(s) \quad (15.19)$$

în prima ecuație, se obține:

$$Fdt\_Levit(s) = \frac{\hat{X}(s)}{\hat{V}(s)} = \frac{K_i}{(R + sL)(s^2 - K_x)} \quad (15.20)$$

Este evident că sistemul deschis este instabil, funcția de transfer dată de relația (15.20) având un pol în semiplanul complex drept în punctul:

$$s = \sqrt{K_x} \quad (15.21)$$

La aceeași funcție de transfer se poate ajunge dacă se face analiza în planul stărilor a sistemului.

Astfel, dacă se introduc mărimile de stare:

$$\begin{cases} x_1(t) = \hat{x}(t) \\ x_2(t) = \frac{d\hat{x}(t)}{dt} \\ x_3(t) = \hat{i}(t) \end{cases} \quad (15.22)$$

atunci modelul matematic din (15.17) se poate pune sub forma:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = K_x x_1(t) + K_i x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = -\frac{R}{L} x_3(t) + \frac{1}{L} \hat{v}(t) \end{cases} \quad (15.23)$$

Dacă se folosește scrierea matriceală, considerând mărimea de ieșire  $\hat{x}(t)$ , vom avea:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ K_x & 0 & K_i \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \hat{v}(t) \quad (15.24)$$

$$y(t) = x_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

Matricile implicate au expresiile:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ K_x & 0 & K_i \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad D = 0 \quad (15.25)$$

Funcția de transfer a sistemului, care leagă mărimea de ieșire  $\hat{x}(t)$  de mărimea de intrare  $\hat{v}(t)$ , poate fi determinată astfel:

$$\frac{X(s)}{V(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (15.26)$$

(b) Dacă se scriu din start relațiile (15.3) și (15.13) care descriu funcționarea sistemului:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - K \left( \frac{i(t)}{x(t)} \right)^2 \\ v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \end{cases} \quad (15.27)$$

și se introduc mărimile de stare:



$$\begin{cases} x_1(t) = x(t) \\ x_2(t) = \frac{dx(t)}{dt} \\ x_3(t) = i(t) \end{cases} \quad (15.28)$$

atunci, modelul matematic al sistemului neliniar este de forma:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (15.29)$$

Pentru sistemul considerat vom avea:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = g - \frac{K}{m} \left( \frac{x_3(t)}{x_1(t)} \right)^2 \\ \dot{x}_3(t) = -\frac{R}{L} x_3(t) + \frac{1}{L} u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (15.30)$$

Dacă se face liniarizarea modelului sistemului în jurul punctului de funcționare  $(x_0, i_0)$  prin introducerea variabilelor date de relația (15.4), se poate extrage un model liniar al sistemului de forma:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) \\ y(t) = C\hat{x}(t) + D\hat{u}(t) \end{cases} \quad (15.31)$$

unde matricile implicate sunt de forma:

$$\begin{aligned} A &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_0, i=i_0}, & B &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_0, i=i_0} \\ C &= \left. \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_0, i=i_0}, & D &= \left. \frac{\partial g(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_0, i=i_0} \end{aligned} \quad (15.32)$$

Matricea A este chiar jacobianul sistemului:

$$J = \left[ \frac{\partial f_i(x,u)}{\partial x_j} \right]_{\substack{i=1..3, \\ j=1..3}} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ i=i_0}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2K}{m} \frac{x_{30}^2}{x_{10}^3} & 0 & -\frac{2K}{m} \frac{x_{30}}{x_{10}^2} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad (15.33)$$

Este evident că celelate matrice implicate în relațiile (15.32) sunt:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0], \quad D = 0 \quad (15.34)$$

Constanta K se determină în același mod, ea având valoarea dată de relația (15.8) care, adaptată notațiilor făcute se poate scrie:

$$K = mg \frac{x_{10}^2}{x_{30}^2} \quad (15.35)$$

Semnalul de intrare  $u(t)$  este chiar tensiunea  $v(t)$ .

Rezultă că modelul liniar extras astfel, dat de relațiile (15.31), coincide cu cel determinat anterior prin relațiile (15.24).

Valorile  $(x_0, i_0)$  corespunzătoare punctului de funcționare pentru care s-a făcut liniarizarea pot fi determinate experimental foarte simplu, astfel încât coeficienții  $K$ ,  $K_x$  și  $K_i$  implicați vor putea fi determinați cu ușurință. Pentru aceasta se consideră că factorul de umplere al trenului de impulsuri care vine de la PWM este 50% pentru a avea posibilitatea de variație în ambele sensuri ale acestuia (acest lucru este echivalent cu alimentarea bobinei, în regim permanent, cu o tensiune egală cu jumătate din valoarea tensiunii de alimentare a tranzistorului asociat generatorului

de semnal PWM prin care este alimentată bobina. Magnetul se poziționează pe o suprafață plană situată sub bobină, având posibilitatea de a se deplasa, împreună cu acest plan de sprijin, către bobină. Atât timp cât magnetul rămâne nemișcat pe planul respectiv, distanța față de bobină trebuie micșorată. Acest lucru se face până în momentul în care magnetul are tendința de a se ridica de pe plan și să se ducă spre miezul bobinei, atras de aceasta. Se măsoară această distanță care va fi valoarea  $x_0$  (sau  $x_{10}$ ). Valoarea curentului se obține prin măsurarea acestuia în absența magnetului sau prin calcul împărțind valoarea tensiunii de alimentare la rezistența ohmică a bobinei. De exemplu, dacă tensiunea de lucru în regim PWM a bobinei este de 12 volți, tensiunea în cadrul determinărilor descrise este de 6 volți. Dacă rezistența înfășurării bobinei este de 4.5 ohmi, valoarea curentului  $i_0$  (sau  $x_{30}$ ) va fi  $i_0 = 6 / 4.5 = 1.33$  [A].

După aceste determinări se va menține magnetul în poziția determinată  $x_0$ . Poziționarea senzorului Hall sub această poziție  $x_0$  se va face astfel încât, pentru polaritatea necesară a poziționării magnetului sub bobină, tensiunea de la ieșirea senzorului să fie la jumătatea distanței dintre mijloc (2.5 volți) și masă sau +5 volți, funcție de polaritatea magnetului. Important este ca să fie făcută o astfel de alegere a sensului curentului în bobină (acesta se poate inversa prin inversarea firelor de legătură) astfel încât magnetul, la deplasarea sa în fața bobinei, să determine o micșorare a tensiunii de ieșire la micșorarea distanței dintre magnet și bobină, deci la creșterea distanței dintre magnet și senzorul Hall. Acest lucru se poate face prin verificări, pornind de la magnet și senzor și apoi determinând polaritatea corectă a câmpului (deci și a sensului curentului) bobinei.

### *Sistemul de control*

Sistemul prezentat este instabil deoarece funcția de transfer a sistemului deschis  $F_{dt\_Levit}(s)$  dată de relația (15.20) are în permanență un pol în semiplanul drept al planului complex. Pentru a putea controla poziția magnetului este necesară introducerea acestui sistem într-o buclă de reglare care este închisă prin intermediul unui traductor de tip senzor Hall liniar.

Sistemul de control a poziției magnetului în câmpul de atracție al bobinei este prezentat în Fig.15.3.

Tensiunea de referință  $V_r$  este fixată la o valoare corespunzătoare celei obținute la ieșirea senzorului Hall atunci când sistemul se află în punctul de funcționare în jurul căruia s-a făcut liniarizarea. Atunci când sistemul se află în acest punct, semnalul de eroare este nul, mărimea de comandă a controlerului făcând posibilă menținerea magnetului suspendat la o distanță constantă față de miezul bobinei. Dacă apare o ușoară variație a poziției atunci semnalul de la ieșirea senzorului Hall se modifică, apare un semnal de eroare având un anumit semn iar mărimea de comandă (de la ieșirea controlerului) se modifică astfel încât bobina să restabilească (prin modificarea curentului care o străbate) poziția dorită a magnetului suspendat.

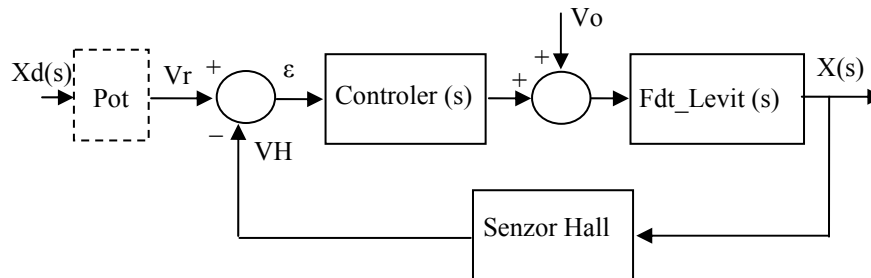


Fig.15.3.

Tensiunea  $V_H$  de la ieșirea senzorului Hall scade la creșterea distanței dintre magnetul suspendat și miezul bobinei, astfel încât semnalul de eroare devine pozitiv. Acest semnal este utilizat de către controler în vederea creșterii măririi de comandă de către sistemul de control al semnalului PWM, fapt care va duce la creșterea factorului de umplere al semnalului trimis către bobină, deci la creșterea curentului prin bobină, creșterea forței de atracție a bobinei și implicit la reducerea distanței  $x$  dintre magnet și bobină. În mod asemănător, dar pe o logică complementară, se petrec lucrurile la micșorarea distanței dintre magnet și bobină.

#### *Date experimentale*

Sistemul realizat fizic are următoarele valori numerice:

$R = 4.5 \text{ } [\Omega]$   
 $L = 0.015 \text{ } [H]$   
 $U = 12 \text{ } [V]$   
 $m = 0.015 \text{ } [Kg]$   
 $x_0 = 0.04[m]$   
 $i_0 = 1.333[A]$

Pentru determinarea funcției de transfer din relația (15.20) și determinarea zerourilor și polilor funcției de transfer se scrie în MATLAB următorul program:

```

%valori de intrare
M=0.015;
g=9.8;
R=4.5;
L=0.015;
U=12;
x10=0.04;
x30=U/2/R;
kx=2*g/x10;
ki=-2*g/x30;
num=-ki/L;
den=conv([1 R/L],[1 0 -kx])
Fdt_Levit=tf(num,den)
[zeros poles]=zpkdata(Fdt_Levit,'v')
    
```

Răspunsul obținut este următorul:

Transfer function:

980

-----  
 $s^3 + 300 s^2 - 490 s - 147000$

zeros =

Empty matrix: 0-by-1

poles =

-300.0000  
22.1359  
-22.1359

Se observă că sistemul în buclă deschisă nu are zerouri finite dar are un pol în semiplanul drept al planului complex, deci este instabil.

Pentru a putea controla sistemul, acesta trebuie introdus într-o buclă închisă care are pe calea de reacție traductorul realizat pe baza senzorului liniar Hall.

Analizând funcția de transfer dată de relația (15.20) și cea introdusă în programul scris în MATLAB se constată următoarea diferență: potrivit relației (15.20) numărătorul funcției de transfer este negativ iar în program acest numărător este introdus cu semn schimbat, numărătorul devenind pozitiv. Acest lucru s-a făcut având în vedere faptul că analizele care urmează a fi efectuate (locul rădăcinilor, ...) sunt pentru funcții de transfer având numărătorul pozitiv. Inversarea de semn nu trebuie însă uitată atunci când se implementează sistemul, acest semn minus trebuind introdus pe calea directă la nivelul controlerului (amplificare negativă) restabilindu-se astfel semnul corect al funcției de transfer în buclă deschisă situată tot pe calea directă a sistemului.

Prin închiderea buclei se poate studia locul rădăcinilor sistemului în buclă închisă în cazul prezenței pe calea directă a unui regulator de tip P (amplificare a semnalului de eroare) cu factor de amplificare variabil de la zero la infinit. Pentru trasarea locului rădăcinilor se mai scriu în programul MATLAB următoarele linii:

```
rlocus(Fdt_Levit)
pause;
```

Răspunsul obținut este prezentat în Fig.15.4. Se constată că locul de transfer conține, pentru valori mici ale factorului de amplificare, un singur pol real pozitiv iar apoi, peste o anumită valoare a amplificării, există doi poli complex conjugați în semiplanul drept al planului complex. Acest lucru ne arată că indiferent de valoarea unei amplificări suplimentare introduse pe calea directă a sistemului închis acesta rămâne instabil, având cel puțin un pol în semiplanul drept al planului complex.

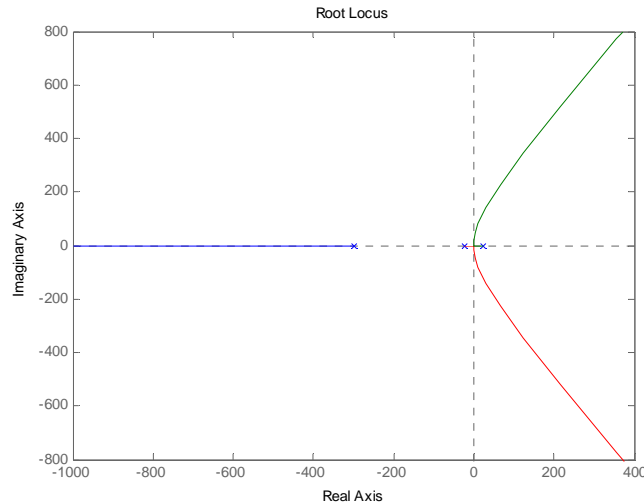


Fig.15.4.

Trebuie introdus pe calea directă un ansamblu pol-zero în semiplanul stâng al planului complex care să deplaseze locul rădăcinilor către stânga. Acest ansamblu trebuie să aibă polul situat în stânga zeroului, deci va trebui să introducem pe calea directă fie un corector cu avans de fază fie un regulator PD care să introducă acest ansamblu pol-zero în sistem.

Amplasarea acestei perechi poate fi făcută în mai multe moduri în ceea ce privește poziționarea zeroului suplimentar în jurul polului situat în punctul  $s = -22$  (aprox.) și anume în stânga sau în dreapta acestui pol. De asemenea, poziționarea polului suplimentar față de polul din punctul  $s = -300$  poate fi făcută în mai multe moduri. Dintre aceste moduri trebuie aleasă cea variantă în care, pe fiecare dintre ramurile locului rădăcinilor să avem posibilități multiple de poziționare a polilor funcției de transfer în buclă închisă la variația factorului de amplificarea a căii directe în prezența ansamblului pol-zero suplimentar introdus.

Programul MATLAB se completează astfel:

```
z=-30;
p=-250;
k=1;
Corector=zpk(z,p,k)
rlocus(Corector*Fdt_Levit)
pause
```

Zeroul suplimentar este introdus în punctul  $s = -30$  iar polul suplimentar în  $s = -250$ . Deformarea locului rădăcinilor produsă de introducerea acestei perechi este prezentată în Fig.15.5.

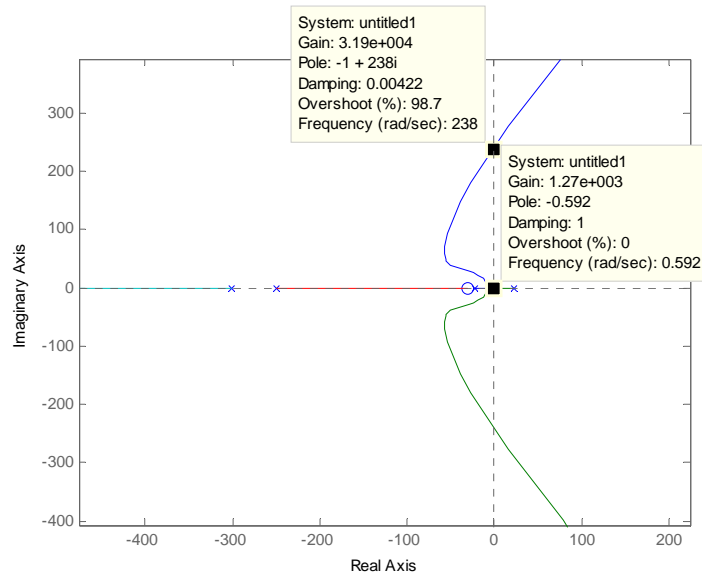


Fig.15.5.

Corectorul introdus are funcția de transfer:

$$Corector(s) = K \frac{s + 30}{s + 250} = \frac{30K}{250} \frac{\left(\frac{s}{30} + 1\right)}{\left(\frac{s}{250} + 1\right)} \quad (15.36)$$

Funcția de transfer a căii directe devine:

$$Fdt\_direct(s) = Fdt\_Levit(s) * Corector(s) \quad (15.37)$$

La nivelul sensorului Hall (traductorului), variația tensiunii de ieșire este liniară în raport cu intensitatea câmpului magnetic pentru intensități cuprinse între  $(-640, 640)$  [Gauss] (aprox. 64 [mT]), așa cum este prezentat în Fig.15.6.



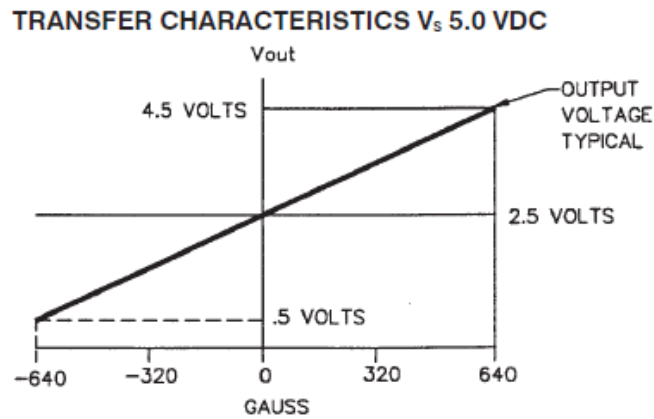


Fig.15.6.

Intensitatea câmpului magnetic axial la un magnet permanent variază, într-un punct situat la distanța  $x$  de magnet, după o relație de forma:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\mu}{x^3} \text{ [T]} \quad (15.38)$$

unde  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  [T m/A], iar  $\mu$  este momentul magnetic, caracteristic materialului din care este confecționat magnetul. Pentru distanțe cuprinse între (0.03, 0.06) [m], variația câmpului în jurul unui punct situat la distanța  $x_0$  față de magnet este aproximativ liniară, această variație putând fi aproximată prin tangenta la curbă în acest punct. Deoarece funcționarea se face în jurul punctului  $x_0$ , se poate considera că această variație a tensiunii de ieșire a senzorului Hall cu distanța este liniară, deci se poate scrie:

$$H(s) = \frac{V_H(s)}{X(s)} = K_H \quad (15.39)$$

Analizând caracteristica din Fig.15.6 se constată că, pentru o anumită valoare a distanței senzorului față de magnet putem avea, la creșterea distanței, o variație în sens crescător a tensiunii de ieșire dacă magnetul se află cu o anumită față (pol) către senzor și o scădere a tensiunii de ieșire dacă magnetul are polul opus către senzor. Acest lucru este ușor de

înțeles ținând cont că, în absența câmpului, tensiunea de ieșire la nivelul senzorului este jumătate din tensiunea de alimentare a acestuia, așa cum poate fi văzut în Fig.15.6.

Funcția de transfer a sistemului în buclă închisă are expresia:

$$Closed\_Levit(s) = \frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{Fdt\_direct(s)}{1 + Fdt\_direct(s)H(s)} \quad (15.40)$$

în care  $X_d(s)$  reprezintă valoarea dorită a distanței dintre magnet și miezul bobinei, valoare introdusă în sistem prin intermediul unui element de prescriere de tip potențiomtric.

Se constată că până la valoarea factorului de amplificare  $K = 1270$  sistemul închis este instabil, având un pol real în semiplanul drept al planului complex. Peste această valoare dar până la valoarea  $K = 31900$  sistemul închis este stabil, toți polii fiind situați în semiplanul stâng al planului complex. În această zonă a factorului de amplificare putem obține răspunsuri variate ale sistemului închis, alegerea unei anumite valori pentru acest factor de amplificare conducând la anumite performanțe ale sistemului închis în privința timpului de răspuns sau a suprareglării.

Răspunsul sistemului închis la un semnal treaptă de 1 [mm], pentru diverse valori ale factorului de amplificare este prezentat în Fig.15.7.

Cele șase răspunsuri corespund valorilor (pentru graficul situat în linia-coloana...): (1,1) -  $K = 1000$  (sistem instabil), (1,2) -  $K = 1500$  (sistem stabil), (2,1) -  $K = 2500$  (sistem stabil), (2,2) -  $K = 10000$  (sistem stabil), (3,1) -  $K = 30000$  (sistem stabil), (3,2) -  $K = 35000$  (sistem instabil). În acest mod au fost verificate rezultatele extrase de pe locul rădăcinilor cu privire la valorile posibile ale factorului de amplificare.

Au fost considerate aceste valori ale factorului de amplificare al căii directe pentru a ilustra comportarea sistemului, obținută prin simulare, și a compara rezultatele cu cele obținute prin analiza aspectului locului rădăcinilor.

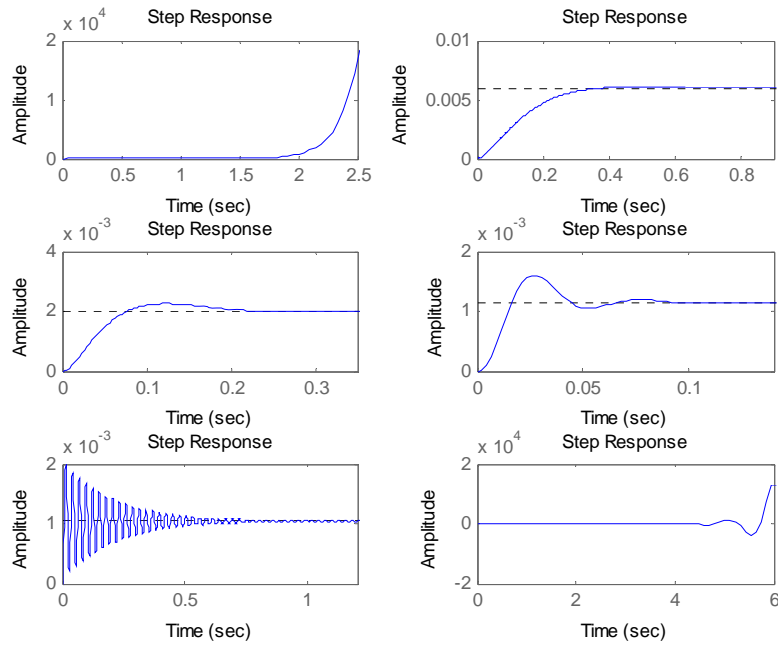


Fig.15.7.

Aceste răspunsuri au putut fi obținute prin introducerea suplimentară a următoarelor linii în program:

```
k1=1000;
subplot(321)
Closed_Levit=feedback(k1*Fdt_Levit*Corector,1);
step(0.001*Closed_Levit)

k1=1500;
subplot(322)
Closed_Levit=feedback(k1*Fdt_Levit*Corector,1);
step(0.001*Closed_Levit)

k1=2500;
subplot(323)
Closed_Levit=feedback(k1*Fdt_Levit*Corector,1);
step(0.001*Closed_Levit)

k1=10000;
subplot(324)
Closed_Levit=feedback(k1*Fdt_Levit*Corector,1);
```

```
step(0.001*Closed_Levit)

k1=30000;
subplot(325)
Closed_Levit=feedback(k1*Fdt_Levit*Corector,1);
step(0.001*Closed_Levit)

k1=35000;
subplot(326)
Closed_Levit=feedback(k1*Fdt_Levit*Corector,1);
step(0.001*Closed_Levit)
pause
```

Răspunsurile la un semnal de tip impuls (de același nivel) sunt date în Fig.15.8. Graficele obținute sunt pentru aceleași valori ale factorului de amplificare identice cu cele asociate Fig.15.7. Se constată că răspunsurile convenabile sunt pentru valori ale factorului de amplificare situate în partea inferioară a zonei de stabilitate prezentate.

Dacă acest corector se implementează cu ajutorul unui amplificator operațional, valorile constantelor de timp care trebuie introduse sunt de  $1/30 = 0.033$  [s] și respectiv  $1/250 = 0.004$  [s]. Dacă se consideră valoarea intermediară  $K = 2000$  a amplificării pe calea directă în prezența zeroului și a polului suplimentar, atunci valoarea amplificării care va trebui introdusă de către corector va putea fi determinată dacă se calculează din forma a doua a funcției de transfer exprimată în relația (15.36):

$$K_{AO} = \frac{30K}{250} \Big|_{K=2000} = 240 \quad (15.41)$$

Această amplificare este tot pozitivă dar trebuie ținut cont că, la nivelul corectorului, va trebui să avem o amplificare negativă (este necesară inversarea fazei semnalului, deci o înmulțire cu  $(-1)$  a semnalului analogic de la ieșirea corectorului). Acest lucru poate fi obținut direct dacă implementarea fizică a corectorului se face folosind amplificatoare operaționale.

Dacă se dorește utilizarea unui regulator PD lucrurile se analizează de o manieră asemănătoare dat fiind faptul că un regulator PD cu filtrarea componentei derivate este, de fapt, un corector cu avans de fază.

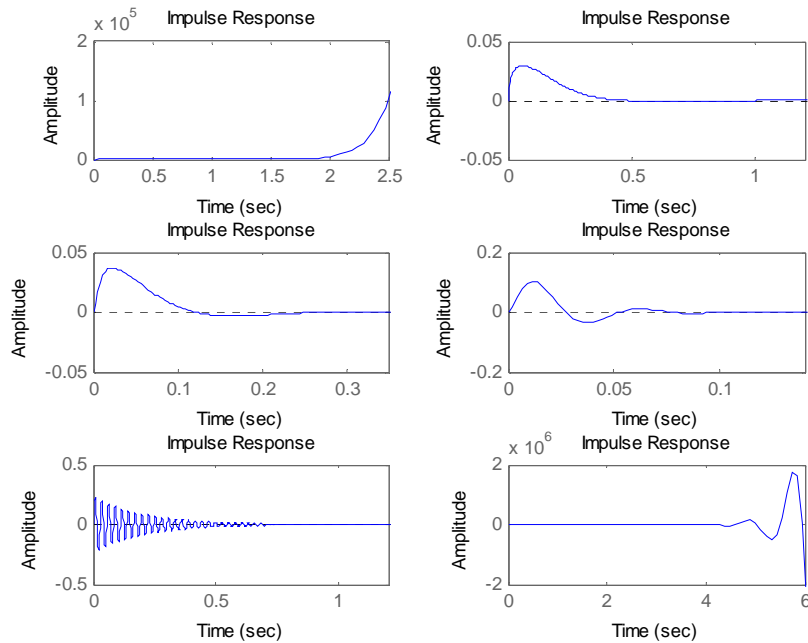


Fig.15.8.

Și în acest caz avem sistem instabil în primul și ultimul caz iar în situațiile intermediare sistemul este stabil.

*Implementarea sistemului de control automat*

Pentru realizarea sistemului de control automat se utilizează mai multe amplificatoare operaționale pentru tratarea analogică a semnalelor în vederea realizării diferitelor funcții menționate și un generator de semnal PWM urmat de un tranzistor MOSFET pentru modificarea efectivă a valorii medii a curentului din bobină.

Modulele care intră în compunerea acestui sistem de control sunt:

- Sumatorul (formare referință și diferență semnale)
- Elementul de corecție cu avans de fază
- Element de axare semnal comandă
- Generator PWM

- Senzorul Hall (traductor)
- Etaj final cu MOSFET

1. Sumatorul (formare referință și diferență semnale)

Acest modul permite introducerea unui semnal de referință în sistem și eliberează semnalul de eroare. Schema este prezentată în Fig.15.9.

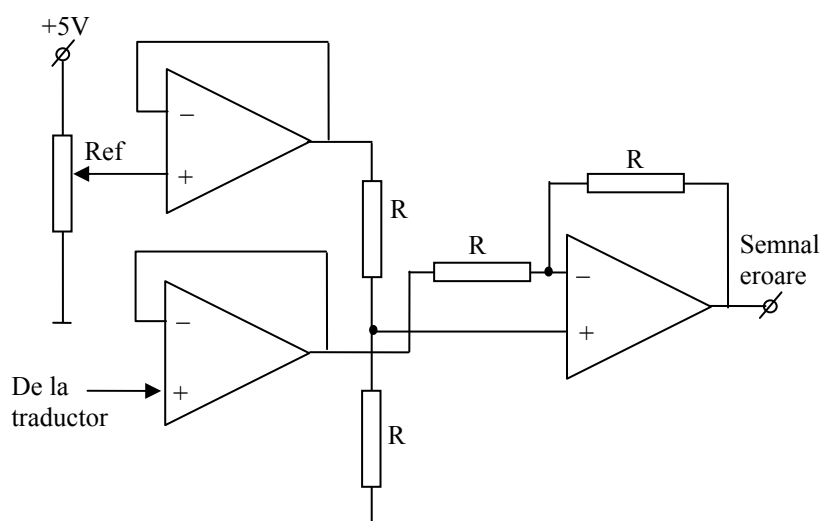


Fig.15.9.

Cele patru rezistoare au valori egale,  $R = 10\text{ K}\Omega$ . Semnalul de eroare reprezintă diferența dintre referință și semnalul de măsură (de la trad.).

2. Elementul de corecție cu avans de fază

Acest element va trebui să introducă un avans de fază și să permită, în același timp, obținerea unei amplificări suplimentare, Fig.15.10.

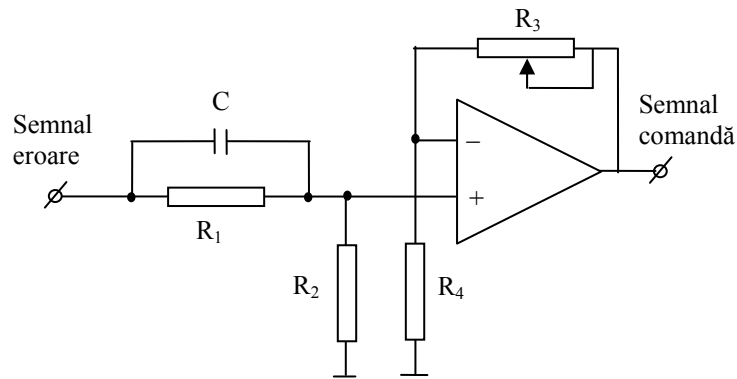


Fig.15.10.

Funcția de transfer a acestui corector este de forma:

$$Cor(s) = \frac{U_C(s)}{\varepsilon(s)} = \alpha \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts} \left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right) \quad (15.42)$$

unde:

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \quad (15.43)$$

$$T = R_1 C \text{ [s]}$$

Aceste relații pot fi deduse în două moduri, ținând cont de structura care poate fi recunoscută sau egalând potențialele pe cele două intrări ale operaționalului, considerând regimul liniar de lucru pentru acesta.

Ținând cont de faptul că  $R_3$  este un rezistor variabil (potențiomtru), avem posibilitatea de a avea un factor de amplificare variabil. Dacă se consideră  $R_1 = R_3$  și  $R_2 = R_4$  avem un corector cu avans de fază standard, amplificarea suplimentară urmând a fi introdusă pe un alt amplificator operațional.

### 3. Elementul de axare a semnalului de comandă

Acest element este necesar datorită particularității pe care o prezintă generatorului de semnal PWM realizat cu circuitul specializat TL494. Acesta livrează semnal PWM cu factor de umplere cuprins între 10% și 90% atunci când semnalul de comandă este cuprins între (0.5, 3.5) [V]. Pentru un semnal de comandă de 2 [V], factorul de umplere va fi de 50%, similar celui din punctul de funcționare ales. Axarea semnalului de comandă pe valoarea de 2 [V] se poate face utilizând structura din Fig.15.11.

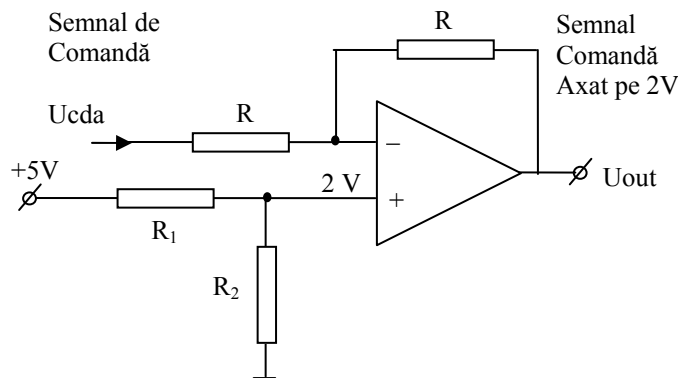


Fig.15.11.

Elementul care face axarea semnalului este inversoare, semnalul de ieșire fiind de forma:

$$U_{out} = 2 + (2 - U_{cda}) \quad (15.44)$$

Rezistoarele  $R_1$  și  $R_2$  trebuie alese astfel încât divizorul realizat cu acestea să asigure pe intrarea inversoare un potențial de 2 [V].

Relația (15.44) se obține simplu, egalând potențialele de pe intrările amplificatorului operațional:

$$\frac{U_{out} + U_{cda}}{2} = 2 \quad (15.45)$$

#### 4. Generatorul de semnal PWM și tranzistorul de putere



Acest generator este realizat cu circuitul TL494, având schema prezentată în Fig.15.12.

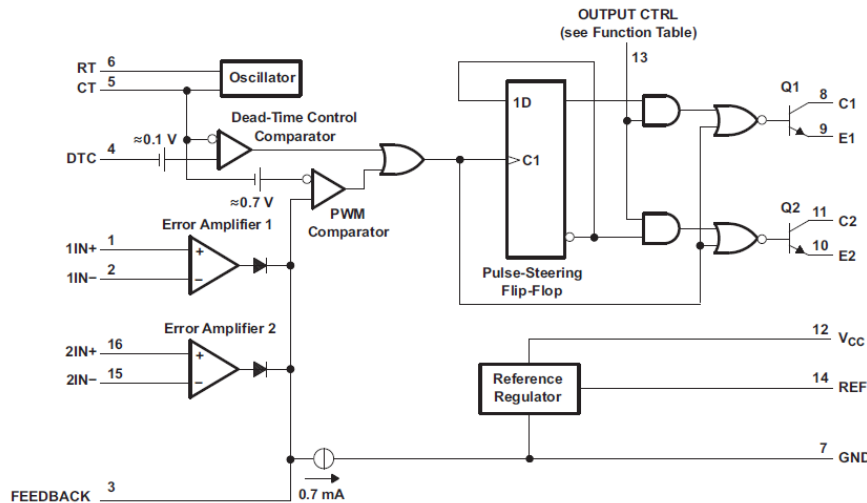


Fig.15.12.

Semnalul de comandă axat pe 2 [V] se trimite pe pinul 3, FEEDBACK. Amplificatoarele de eroare au toate intrările puse la GND. Schema de conexiuni pentru acest circuit, împreună cu tranzistorul MOSFET este prezentată în Fig.15.13.

Frecvența semnalului PWM este dată de relația:

$$f_{PWM} = \frac{1}{R_T C_T} \quad (15.46)$$

Semnificația și rolul fiecărui pin conectat în schemă poate fi studiată din datasheet-ul circuitului TL494.

Senzorul Hall, liniar, este de tip Honeywell SS495A, este un senzor miniatură (asemănător unui tranzistor de mică putere), aspectul său și modul de conectare fiind prezentate în Fig.15.14.

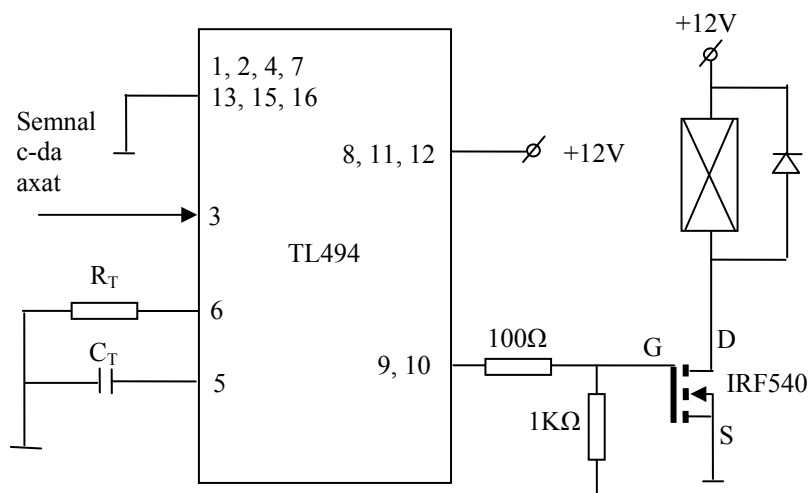


Fig.15.13.

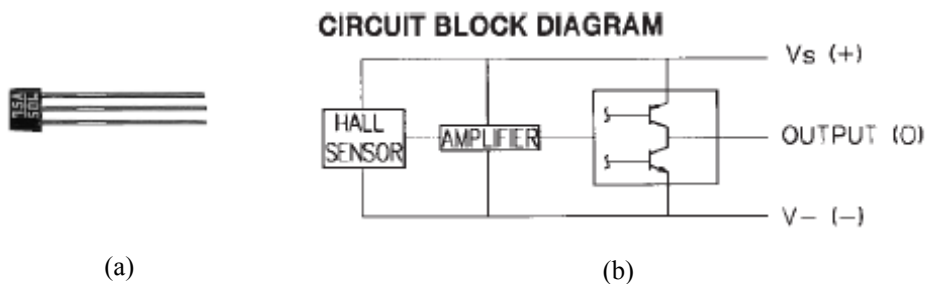


Fig.15.14.

Circuitul SS495A se alimentează direct cu  $+5V$  și GND între pinii 1 și 2, tensiunea de ieșire fiind culeasă de pe pinul 3. Tensiunea de ieșire intră direct în elementul de comparație, diferența dintre referință și această tensiune de ieșire constituind semnalul de eroare.