

**LUCRAREA 16****PENDULUL INVERSAT**

Pendulul inversat constituie un exemplu clasic în ceea ce privește studiul sistemelor de control automat. Acesta constă dintr-un pendul, atașat unui cărucior mobil, a cărui prindere la nivelul căruciorului se face printr-o articulație mobilă la partea inferioară a tijei, așa cum este prezentat în Fig.16.1. Pe un cărucior mobil de masă  $M$  este prinsă o tijă având masa  $m$  și momentul de inerție (de rotație)  $I$ , masa la nivelul tijei fiind uniform distribuită. În acest fel, centrul de masă al tijei pendulului va fi situat la mijlocul acesteia, lungimea tijei pendulului fiind  $2l$ .

Obiectivul controlului automat îl constituie menținerea verticală a tijei pendulului în condițiile în care asupra sistemului pot acționa mărimi perturbatoare.

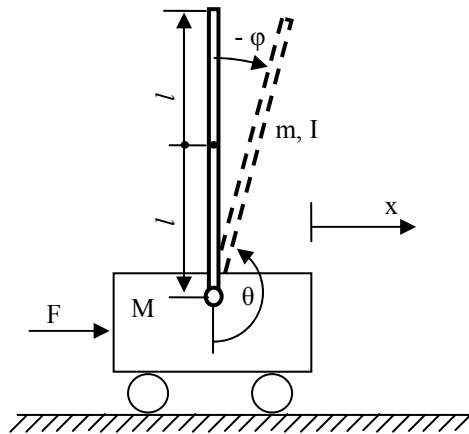


Fig.16.1.

Unghiul curent pe care tija pendulului îl face cu poziția verticală este  $\theta$ , măsura unghiului fiind considerată față de semi-axa verticală negativă, așa cum este prezentat în Fig.16.1. Poziția unghiulară a tijeii pendulului mai poate fi exprimată și prin unghiul  $\varphi$  pe care axul tijeii îl face cu semi-axa verticală pozitivă. Asupra căruciorului mobil se consideră că acționează o forță  $F$ , capabilă să determine deplasarea căruciorului mobil în vederea realizării obiectivului dorit, acela de a menține tija pendulului în poziție verticală, în jurul poziției  $\varphi = 0$ . Semnul (+) pentru unghiul  $\varphi$  corespunde sensului trigonometric, valoarea prezentată în Fig.16.1 fiind negativă. Deplasarea pe orizontală a căruciorului mobil este exprimată prin mărimea notată cu  $x$ .

Sistemul prezentat are tija pendulului având masa  $m$ , uniform distribuită. Este posibilă și o altă formă fizică a tijeii pendulului, în care masa tijeii este neglijabilă iar în capătul superior al tijeii se află masa  $m$ , concentrată deasupra punctului de sprijin la distanța  $2l$ .

Este evident că sistemul, așa cum a fost prezentat, este instabil. Dacă se consideră că pendulul, plasat în poziție verticală cu  $\varphi = 0$  este lăsat liber, acesta va părăsi această poziție la cea mai mică perturbație care acționează asupra sa. Prin perturbație asupra acestui sistem poate fi înțeleasă cea mai mică atingere a tijeii pendulului sau cea mai mică deplasare a căruciorului pe direcția  $x$ , indiferent de sensul acesteia. La apariția oricărei perturbații pendulul va părăsi poziția verticală și va cădea într-o parte sau în cealaltă.

### *Modelul matematic al sistemului*

Se consideră sistemul în care tija pendulului are masa uniform distribuită. Forțele care acționează asupra punctului de sprijin al pendulului sunt prezentate în Fig.16.2. Greutatea  $G = mg$  a tijeii pendulului se consideră că acționează în centrul său de greutate. Forțele de reacție verticală ( $P$ ) cât și orizontală ( $N$ ) se regăsesc atât la nivelul căruciorului (în articulație) cât și la nivelul tijeii (tot în articulație), așa cum este prezentat în Fig.16.2.

Forța de frecare la deplasarea pe orizontală a căruciorului este proporțională cu viteza de deplasare a acestuia,  $F_f = b\dot{x}$ , unde  $b$  este coeficientul forței de frecare.

În scrierea modelului matematic al sistemului sunt importante doar forțele care acționează în direcție orizontală, ținând cont că deplasarea

căruciorului se va face exclusiv pe orizontală. Echilibrul de forțe la nivelul căruciorului este de forma:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (16.1)$$

În relația (16.1) mărimea  $M\ddot{x}$  reprezintă forța de inerție care apare la nivelul căruciorului, proporțională cu masa și accelerația acestuia. Dacă se scrie echilibrul forțelor orizontale și la nivelul tijeii pendulului, vom avea:

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (16.2)$$

Dacă se înlocuiește relația (16.2) în relația (16.1) se obține prima relație din descrierea matematică a sistemului:

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (16.3)$$

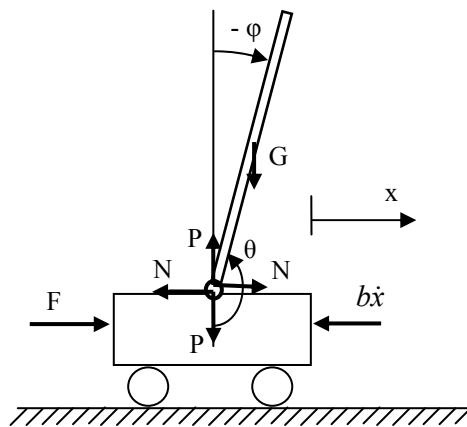


Fig.16.2.

Pentru a obține cea de-a doua relație din descrierea matematică a sistemului se va face echilibrul forțelor care acționează pe verticală la nivelul tijeii pendulului:

$$P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin \theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x} \cos \theta \quad (16.4)$$

Eliminarea componentelor N și P din relația (16.4) se poate face dacă se sumează momentele de inerție la nivelul centrului de greutate al tijei pendulului:

$$-P \sin \theta - N \cos \theta = I \ddot{\theta} \quad (16.5)$$

Prin combinarea relațiilor (16.4) și (16.5) se obține ecuația a doua a modelului matematic al sistemului:

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = -ml\ddot{x} \cos \theta \quad (16.6)$$

Din Fig.15.1 se constată că unghiurile  $\theta$  și  $-\varphi$  sunt suplementare, adică avem  $\theta - \varphi = \pi$ . Rezultă de aici că avem relația de legătură:

$$\theta = \pi + \varphi \quad (16.7)$$

Pentru a putea efectua controlul sistemului este necesară liniarizarea modelului matematic al acestuia în jurul punctului de echilibru  $\varphi = 0$ . Pentru aceasta se va face trecerea funcțiilor trigonometrice de la unghiul  $\theta$  la unghiul  $\varphi$  (potrivit formulelor de reducere la primul cadran) și vom ține cont că pentru valori mici ale unghiului  $\varphi$  se pot face aproximările:

$$\sin \varphi \cong \varphi, \quad \cos \varphi \cong 1, \quad \dot{\varphi}^2 \cong 0 \quad (16.8)$$

Ținând cont de relațiile din (16.8), cele două ecuații liniarizate ale modelului matematic în jurul unghiului  $\varphi = 0$  sunt de forma:

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\varphi} = u \quad (16.9)$$

$$(I + ml^2)\ddot{\varphi} - mgl\varphi = ml\ddot{x} \quad (16.10)$$

În relația (16.9) forța F a fost înlocuită cu notația standard pentru mărimea de intrare,  $u$ .

*Funcția de transfer*

Deoarece avem o singură mărime de intrare,  $u$  și două mărimi de ieșire (poziția pendulului față de verticală,  $\varphi$ , și poziția căruciorului,  $x$ ) se pot determina funcțiile de transfer care leagă aceste mărimi de ieșire de mărimea de intrare. Pentru determinarea acestora se trec în transformare Laplace, în condiții inițiale nule, relațiile (16.9) și (16.10) și se obține:

$$(M + m)s^2 X(s) + bsX(s) - mls^2 \Phi(s) = U(s) \quad (16.11)$$

$$(I + ml^2)s^2 \Phi(s) - mgl\Phi(s) = mls^2 X(s) \quad (16.12)$$

Pentru a deduce funcția de transfer care leagă poziția unghiulară a pendulului de mărimea de intrare se înlocuiește  $X(s)$  din relația (16.12) în relația (16.11) și se obține:

$$X(s) = \frac{(I + ml^2)s^2 - mgl}{mls^2} \Phi(s) \quad (16.13)$$

și, respectiv:

$$\left[ \left( (M + m)s^2 + bs \right) \frac{(I + ml^2)s^2 - mgl}{mls^2} - mls^2 \right] \Phi(s) = U(s) \quad (16.14)$$

Funcția de transfer căutată va fi de forma:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{1}{\left( (M + m)s^2 + bs \right) \frac{(I + ml^2)s^2 - mgl}{mls^2} - mls^2} \quad (16.15)$$

Dacă se notează

$$q = (M + m)(I + ml^2) - (ml)^2 \quad (16.16)$$

atunci, funcția de transfer dată de relația (16.15) se poate pune sub forma:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s^2}{s^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (16.17)$$

Relația (16.17) poate fi simplificată prin  $s$  și se obține forma finală a funcției de transfer:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^3 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^2 - \frac{(M+m)mgl}{q}s - \frac{bmgl}{q}} \quad (16.18)$$

Dacă se dorește scrierea funcției de transfer care leagă deplasarea căruciorului de mărimea de intrare se înlocuiește  $\Phi(s)$  care se obține din relația (16.13) în funcție de  $X(s)$  în relația (16.17) și se obține:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{\frac{(I+ml^2)s^2 - mgl}{q}}{s^4 + \frac{b(I+ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (16.19)$$

Deoarece ne interesează doar stabilizarea poziției pendulului față de verticală vom considera doar funcția de transfer dată de relația (16.18). Această relație capătă o formă mult mai simplă dacă de consideră că nu avem frecare la deplasarea căruciorului pe suport, și se obține:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}}{s^2 - \frac{(M+m)mgl}{q}} \quad (16.20)$$

Este evident că funcția de transfer dată de relația (16.20) are un pol real în semiplanul drept al planului complex, deci sistemul este instabil. În

mod similar se poate arăta că și funcția de transfer dată de relația (16.18) are un pol în semiplanul drept al planului complex.

*Reprezentarea în spațiul stărilor*

Pentru a scrie reprezentarea în spațiul stărilor este necesară reluarea expresiilor (16.11) și (16.12) care descriu modelul matematic liniarizat al sistemului. Mărimile de intrare sunt deplasarea  $x$  a căruciorului, viteza de deplasare  $\dot{x}$ , poziția unghiulară  $\varphi$  a tijeii pendulului și viteza unghiulară  $\dot{\varphi}$ , rezultând descrierea în spațiul stărilor de forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix} u \quad (16.21)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

unde elementele care apar au expresiile:

$$a_{22} = \frac{-(I + ml^2b)}{I(M + m) + Mml^2}, \quad a_{23} = \frac{m^2 gl^2}{I(M + m) + Mml^2}$$

$$a_{42} = \frac{-mlb}{I(M + m) + Mml^2}, \quad a_{43} = \frac{mgl(M + m)}{I(M + m) + Mml^2} \quad (16.22)$$

$$b_2 = b_4 = I(M + m) + Mml^2$$

Mărimile de ieșire care compun vectorul de ieșire  $y$  sunt chiar deplasarea  $x$  a căruciorului și respectiv deplasarea unghiulară  $\varphi$  a pendulului. Din această descriere a sistemului în spațiul stărilor pot fi deduse prin metodele cunoscute funcțiile de transfer date de relațiile (16.18) și (16.19).

## Tehnica reglării și control automat

---

Pentru funcțiile de transfer determinate se consideră următoarele valori numerice ale parametrilor care intervin:  $M=0.5$  [Kg],  $m=0.2$  [Kg],  $g=9.8$  [ $m/s^2$ ],  $b=0.1$  [Ns/m],  $I=0.006$ ,  $l=0.3$  [m].

Introducerea funcției de transfer (16.18) în MATLAB presupune scrierea următoarelor linii de program, pe lângă cele prin care se introduc valorile numerice ale parametrilor:

```
s = tf('s');
q = (M+m)*(I+m*l^2)-(m*l)^2;
Fdt_Pend= (m*l*s/q)/(s^3 + (b*(I + m*l^2))*s^2/q - ((M + m)*m*g*l)*s/q - b*m*g*l/q);
```

Pentru a vedea dacă sistemul este instabil (așa cum am preconizat) este necesar să determinăm poziția polilor funcției de transfer Fdt\_Pend și să vedem dacă avem poli în semiplanul complex drept:

```
[zeros poles] = zpndata(Fdt_Pend, 'v')
```

Răspunsul sistemului este de forma:

zeros =

0

poles =

5.5651

-5.6041

-0.1428

Rezultă că există un pol real pozitiv, deci situat în semiplanul complex drept, sistemul este instabil. Răspunsul sistemului (pe durata a 1 [s]) la un semnal de intrare de tip impuls sau treaptă unitară poate să confirme faptul că sistemul este instabil, Fig.16.3:

```
subplot(2,1,1)
impulse(Fdt_Pend,1)
subplot(2,1,2)
step(Fdt_Pend,1)
pause;
```



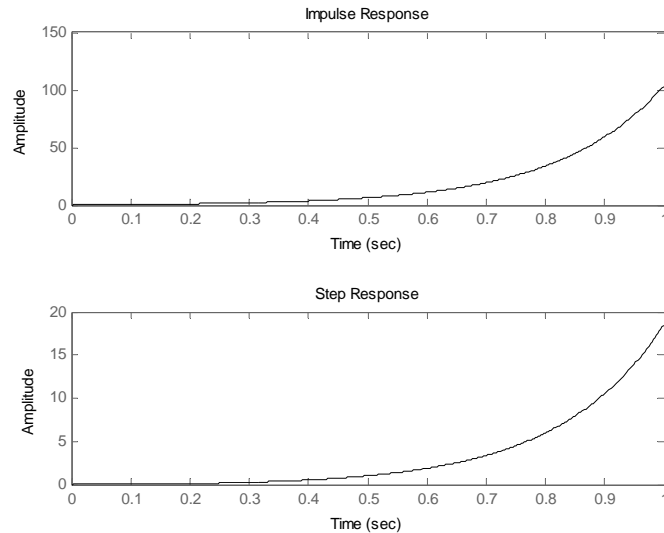


Fig.16.3.

### *Sistemul de control al pendulului*

Pentru a putea controla sistemul este necesar ca acesta să fie introdus într-o buclă de reacție negativă care să includă un traductor de poziție unghiulară și un controler (regulator PID) pe calea directă, așa cum este prezentat în Fig.16.4. Pentru simplificarea schemei de simulare considerăm că referința  $r$  este referință unghiulară ( $r = 0$ ). Mărimea de ieșire este chiar valoarea unghiului pe care îl face tija pendulului cu verticala. Vom analiza comportarea sistemului în prezența unei forțe perturbatoare  $F$ . Deoarece referința este nulă ( $r = 0$ ) schema din Fig.16.4 poate fi rearanjată, ea devenind cea din Fig.16.5.

După reordonare, considerând forța perturbatoare  $F$ , sistemul poate fi tratat ca un sistem care are mărimea de intrare dată de forța  $F$ , calea directă are funcția de transfer a pendulului iar calea de reacție are funcția de transfer a controlerului. În aceste condiții, funcția de transfer în buclă închisă a sistemului este de forma:

$$Closed\_Pend(s) = \frac{Fdt\_Pend(s)}{1 + Fdt\_Pend(s) * Controler(s)} \quad (16.23)$$

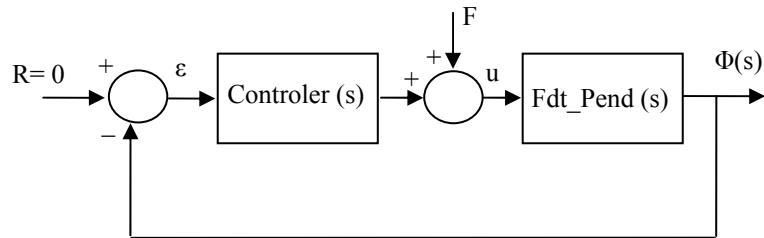


Fig.16.4.

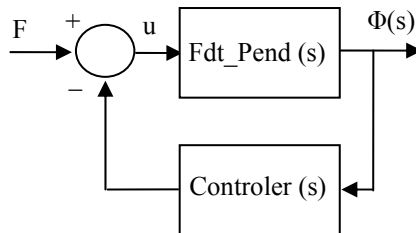


Fig.16.5.

Studiul introducerii controlerului (regulatorului) poate fi făcut prin analiza locului rădăcinilor. Dacă pe calea directă a sistemului se introduce un regulator P cu factor de amplificare variabil, prin trasarea locului rădăcinilor se constată că vom avea un pol al sistemului închis în semiplanul complex drept pentru toate valorile factorului de amplificare. Comanda în MATLAB este de forma:

```
subplot(1,1,1)
rlocus(Fdt_Pend)
pause;
```

Locul rădăcinilor astfel obținut, Fig.16.6, are o ramură completă în semiplanul drept al planului complex, deci sistemul nu poate fi stabilizat prin simpla introducere a unei amplificări suplimentare pe calea directă.

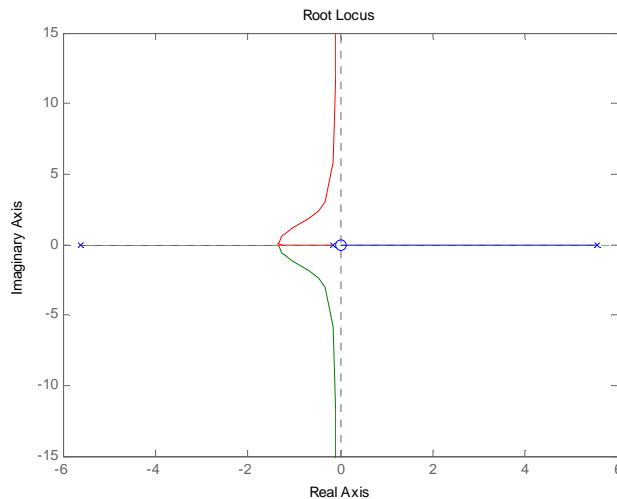


Fig.16.6.

O primă intervenție pentru a modifica locul rădăcinilor este de a introduce pe calea directă un pol suplimentar în origine. Oricum, acest pol suplimentar echivalează cu introducerea unei componente integrale (prin intermediul regulatorului). Linia de comandă introdusă suplimentar în program este de forma:

```
rlocus(Fdt_Pend/s)
pause;
```

Acest pol suplimentar va deforma locul rădăcinilor așa cum este prezentat în Fig.16.7. Era de așteptat ca locul rădăcinilor să aibă acum trei ramuri la infinit, una pe semiaxa reală negativă, celelate două la câte 120 grade față de semiaxa reală pozitivă (acum diferența dintre gradul numitorului și a numărătorului s-a redus la 3).

În această situație, vom avea doi poli cu parte reală pozitivă, indiferent de valoarea factorului de amplificare.

Este necesară acum deformarea locului rădăcinilor astfel încât ramurile care merg la infinit în semiplanul complex drept să fie curbate către semiplanul complex stâng. Pentru aceasta este necesară introducerea

## Tehnica reglării și control automat

suplimentară a două zerouri reale negative. Considerăm că aceste zerouri sunt plasate în punctele  $s = -3$  și respectiv  $s = -4$ .

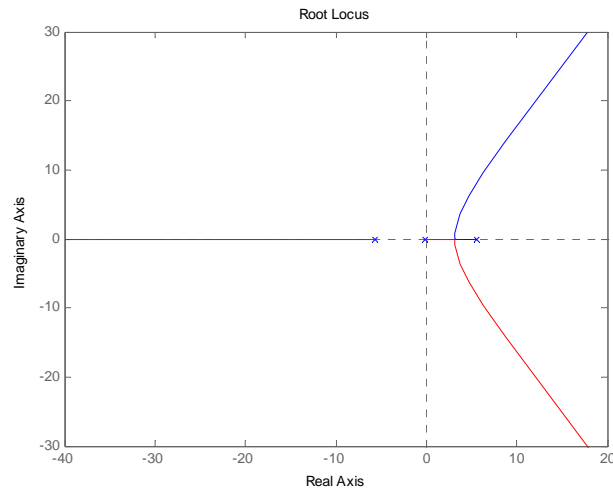


Fig.16.7.

Programul în MATLAB (de la pasul precedent) va fi modificat astfel încât să introducem acum atât polul în origine cât și cele două zerouri menționate:

```
z=[ -3, -4];  
p=0;  
k=1;  
Corector=zpk(z,p,k)  
rlocus(Corector*Fdt_Pend)  
pause;
```

Noul aspect al locului rădăcinilor este prezentat în Fig.16.8. Se observă că avem o singură ramură care merge către infinit și anume ramura situată pe semiaxa reală negativă. Celelalte două ramuri, care mergeau în semiplanul complex drept se închid acum în zerourile finite recent introduse. Există în acest caz o valoare a factorului de amplificarea peste care sistemul închis are toate rădăcinile în semiplanul complex stâng, deci sistemul devine stabil. Această valoare se poate determina din fereastra grafică MATLAB din Fig.16.8 făcând click stânga cu mouse-ul în punctul în care ramurile traversează axa imaginară. Vom găsi valoarea

amplificării corespunzătoare acestui punct  $K=1.32$ . Peste această valoare sistemul considerat este stabil.

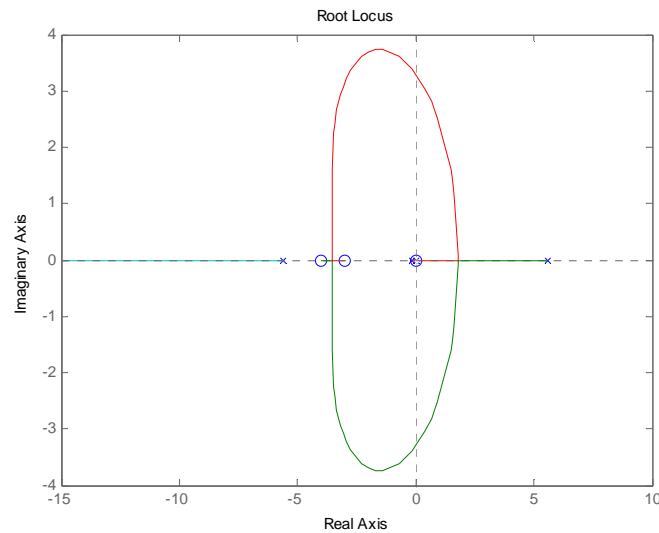


Fig.16.8.

Se poate determina comportarea sistemului închis la un semnal perturbator tip impuls unitar dacă se adaugă programului MATLAB succesiunea de comenzi:

```
Closed_Pend=feedback(Fdt_Pend,20*Corector);
impulse(Closed_Pend,3)
pause;
```

Pentru valori ale amplificării situate peste valoarea  $K=3.5$ , sistemul are o comportare similară cu a unui element de ordin doi cu amortizare  $\xi = 0.7$ . Pentru  $K=20$  timpul de răspuns 2% este de aproximativ 0.14 [s], așa cum este prezentat în Fig.16.9.

Pentru valorile utilizate ale zerourilor suplimentare introduse și pentru valoarea  $K=20$  a factorului de amplificare, funcția de transfer a corectorului este de forma:

$$\text{Corector}(s) = 20 \frac{(s+3)(s+4)}{s} = 140 + \frac{240}{s} + 20s \quad (16.24)$$

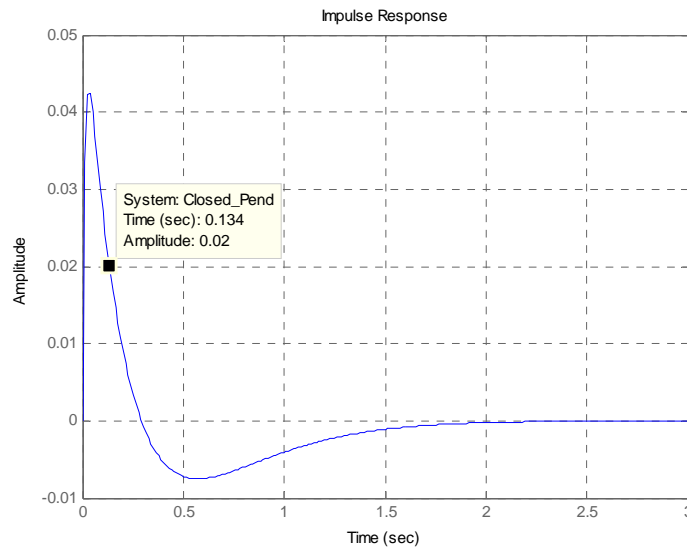


Fig.16.9.

Este evident că acest corector, împreună cu factorul de amplificare suplimentar reprezintă un regulator PID paralel, având parametrii:

$$k_p = 140, k_i = 240, k_d = 20 \quad (16.25)$$

Stabilitatea sistemului poate fi determinată, pentru diferite valori ale factorului de amplifica  $K$  și prin aplicarea criteriului de stabilitate Nyquist. Potrivit acestui criteriu ( $Z = N + P$ ), numărul de poli din semiplanul complex drept al sistemului închis este egal cu numărul de poli din semiplanul drept al sistemului deschis plus numărul de încercuiri ale punctului critic  $(-1, j0)$  în sens invers acelor de ceasornic (sens trigonometric) de către locul de transfer. Stabilitatea, utilizând criteriul de stabilitate Nyquist, este exemplificată -pentru diverse valori ale factorului de amplificare- analizând situațiile prezentate în Fig.16.10.

Pentru toate cele patru situații forma locului de transfer este asemănătoare ca aspect și anume are forma din primul grafic - (1,1), adică linia 1, coloana 1. Acest loc de transfer este trasat pentru  $K = 0.5$ . Se constată că, în acest caz, locul de transfer înconjoară punctul critic în sensul acelor de ceasornic,  $N=+1$ , rezultând  $Z=2$ . În celelalte trei situații prezentate s-a dat un zoom în jurul punctului critic pentru a analiza

modul în care locul de transfer înconjoară punctul critic. În graficul (1,2) obținut pentru  $K = 1$ , se constată că locul de transfer înconjoară punctul critic la fel ca în situația de la (1,1), sistemul închis este încă instabil. Situația prezentată în graficul (2,1) diferă de cele anterioare, punctul critic este înconjurat de această dată în sens orar (invers celui trigonometric), rezultă  $N = -1$ , deci  $Z = 0$ . Rezultă că sistemul închis nu are poli în semiplanul complex drept deci este stabil. În mod asemănător, în graficul (2,2), pentru  $K = 20$ , sistemul închis este stabil, neavând poli în semiplanul drept al planului complex.

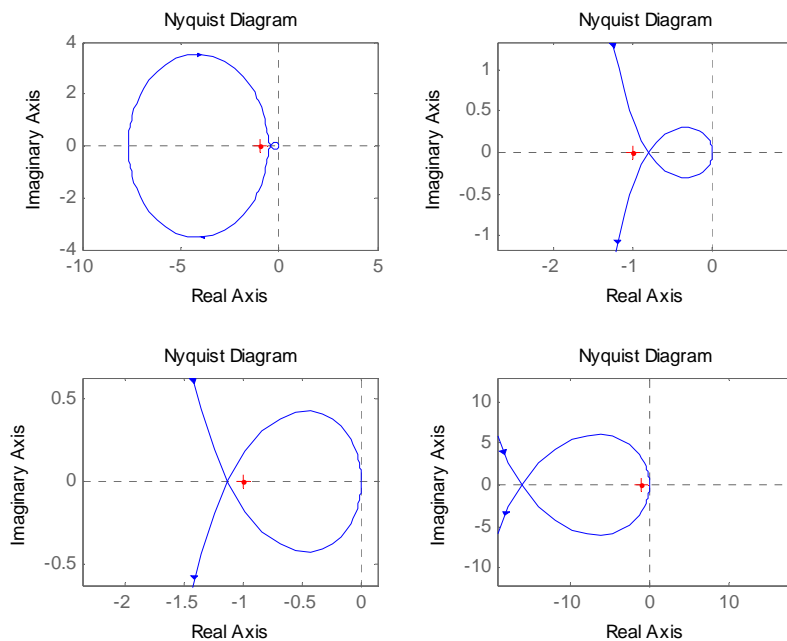


Fig.16.10.

## Realizarea experimentală

### 1. Structura mecanică

Sistemul pendul inversat este realizat fizic pornind de la un car de imprimantă ink-jet, Fig.16.11. A fost utilizat ghidajul pe care se deplasează capul de scriere, suportul pe care se afla montat capul fiind

## Tehnica reglării și control automat

utilizat drept cărucior. Aici a fost montat un alt suport având încastrată doi rulmenți care vor constitui punctul de prindere al capătului de jos al tijei pendulului. Pe același ax se află un potențiomtru multitură (poate fi și potențiomtru simplu, dar trebuie avut grijă să fie limitată cursa tijei pendulului) care are rolul de traductor de unghi.

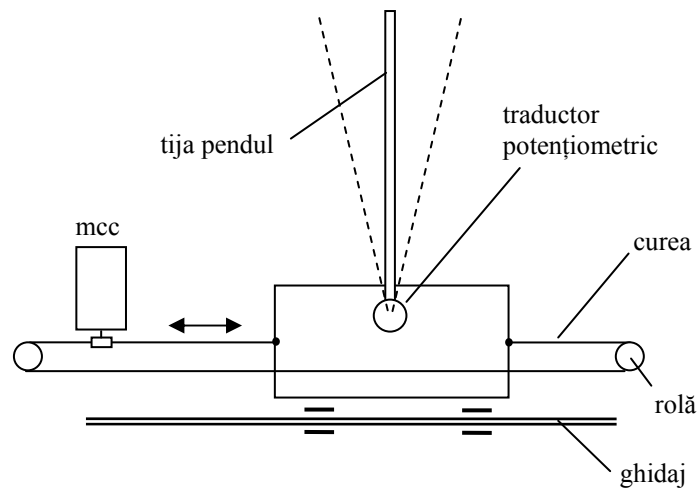


Fig.16.11.

### 2. Schema bloc a sistemului

Schema bloc a sistemului de control a poziției pendulului inversat este prezentată în Fig.16.12.

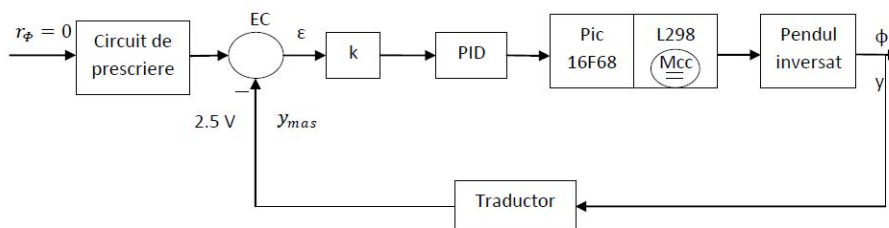


Fig.16.12.



Din punctul de vedere al mărimii controlate (unghiul tijeii pendulului cu verticala), referința trebuie să fie zero. Se utilizează un traductor de unghi potențiomtric astfel calibrat încât la poziția verticală a tijeii valoarea pe care o livrează traductorul (în cursor) este de 2.5 [V]. Circuitul de prescriere a referinței va utiliza un divizor rezistiv ce va prescrie valoarea de 2.5 [V]. Diferența dintre mărimea prescrisă și cea măsurată reprezintă semnalul de eroare  $\varepsilon$ . Traductorul potențiomtric folosit este unul multitură iar variația tensiunii în cursor este foarte mică. În acest fel și semnalul de eroare are variații mici (pozitive și negative) în jurul valorii zero. De aceea este utilizată o amplificare suplimentară ce va face ca nivelul semnalului de eroare să fie sensibil crescut. Semnalul de eroare este prelucrat apoi de către regulatorul PID. Mărimea de comandă (de la ieșirea regulatorului) poate avea valori pozitive sau negative. Dacă această valoare este pozitivă ea va fi introdusă direct în convertorul A/D al microcontrolerului PIC 16F684. Valoarea numerică furnizată de către convertor va fi utilizată de către modulul PWM al microcontrolerului, furnizând un semnal PWM către circuitul L298 ce va controla, prin intermediul unei punți H, motorul de curent continuu. Dacă semnalul de eroare este negativ, acesta va fi inversat ca polaritate (redresat precis) și va fi trimis din nou convertorului, pe o altă intrare analogică. Motorul va fi controlat de către circuitul L298 în celălalt sens, făcând posibilă deplasarea căruciorului într-o parte sau în cealaltă, pentru menținerea în poziție verticală a tijeii pendulului, deci pentru aducerea la zero a semnalului de eroare.

### 3. Modulele electronice ale sistemului

Pentru realizarea sarcinilor descrise la punctul anterior au fost realizate mai multe module electronice care să contribuie la controlul pendulului inversat.

#### 3.1. Formarea semnalului de referință

Pentru formarea semnalului de referință a fost realizată structura din Fig.16.13. Folosind acest modul se poate genera o valoare a semnalului de referință egală cu valoarea din cursorul traductorului potențiomtric, chiar dacă această valoare nu este exact 2.5 [V].

#### 3.2. Traductorul potențiomtric

Traductorul este un potențiomtru multitură (10 ture), așa cum este prezentat în Fig.16.14. Potențiomtru este alimentat de la sursa stabilizată de 5 [V] față de masă astfel încât sensibilitatea traductorului este:

$$S = \frac{5}{10 \cdot 2\pi} \text{ [V/rad]} \quad (16.26)$$

De menționat că, în timpul funcționării, deviațiile unghiulare ale pendulului de la verticală sunt foarte mici, deci și variațiile tensiunii din cursor sunt foarte mici.

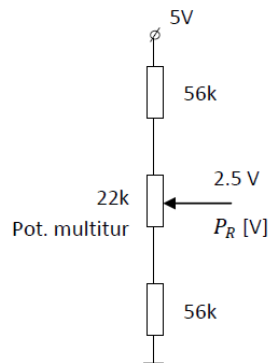


Fig.16.13.

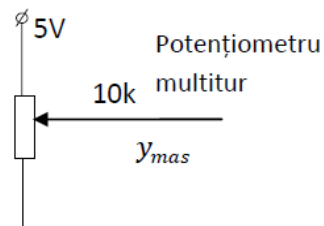


Fig.16.14.

### 3.3. Elementul de comparație

Elementul de comparație realizează diferența dintre mărimea prescrisă și cea măsurată (de la traductor). Acest element de comparație este realizat prin intermediul unui amplificator operațional, Fig.16.15. Amplificatorul operațional este alimentat de la o sursă dublă ( $\pm 5[V]$ ). Semnalul de

referință se aplică pe intrarea neinversoare iar semnalul de măsură pe intrarea inversoare.

Potențialele acestor două intrări sunt date de relațiile:

$$U_+ = \frac{U_{ref}}{2}, \quad U_- = \frac{U_{mas} + U_0}{2} \quad (16.27)$$

În regim liniar potențialele pe cele două intrări sunt egale,  $U_+ = U_-$ , rezultând că avem:

$$U_0 = U_{ref} - U_{mas} \quad (16.28)$$

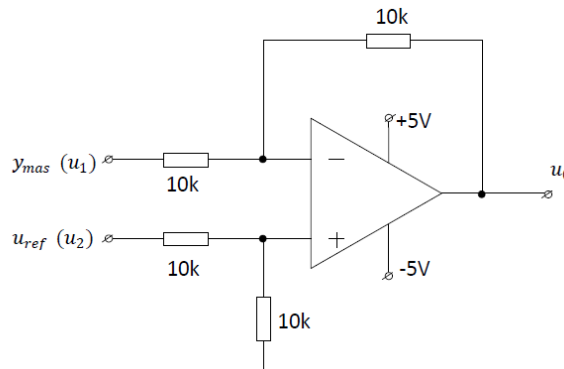


Fig.16.15.

### 3.4. Regulatorul PID, structura paralel

Cele trei acțiuni P, I și D ale regulatorului sunt realizate independent, acestea fiind sumate în final. Structura regulatorului este implementată pe un circuit TL074 care are în componență 4 amplificatoare operaționale independente cu impedanță de intrare foarte mare, Fig.16.16. Semnalul de intrare este chiar eroarea  $\varepsilon$ , semnalul de ieșire fiind mărimea de comandă.

Analizând componenta P a regulatorului, se constată că se pot obține amplificări cuprinse între  $1/11$  și  $11$ , cu inversarea semnalului. Componenta I are un semireglabil pe intrare și un condensator pe reacție de  $100 \text{ nF}$ . Timpul de integrare ce poate fi realizat este simplu de calculat. Componenta D are un semireglabil pe reacție și un grup serie RC pe intrare. Funcția de transfer obținută este de forma:

$$D(s) = \frac{sR_d C_d}{1 + sR_1 C_d} \quad (16.29)$$

Funcția de transfer a regulatorului PID paralel astfel realizat este de forma:

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{1}{sR_i C_i} + \frac{sR_d C_d}{1 + sR_1 C_d} \quad (16.30)$$

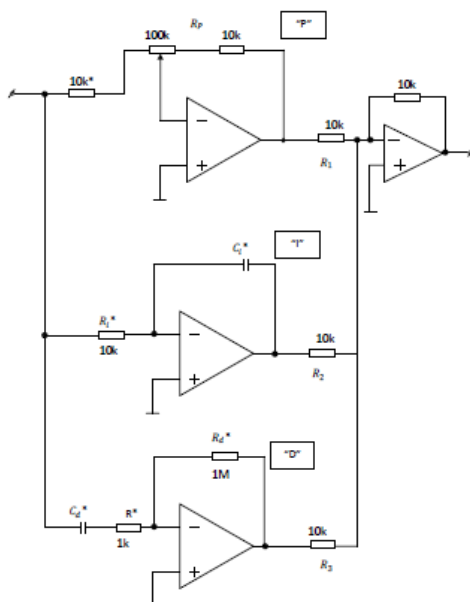


Fig.16.16.

Acordarea regulatorului PID pentru acest sistem se face potrivit criteriului de acordare Ziegler-Nichols. O deosebită importanță trebuie acordată componentei D a semnalului de comandă.

### 3.5. Microcontrolerul 16F684

Dintre posibilitățile de lucru oferite de microcontrolerul PIC 16F684 se folosesc doar trei și anume convertorul A/D, comparatorul și modulul PWM, așa cum este prezentat simbolic în Fig.16.17.

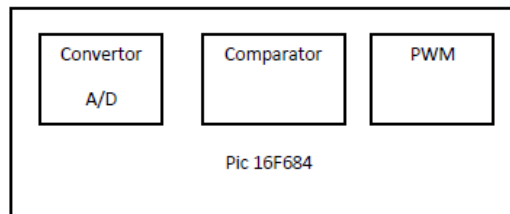


Fig.16.17.

Comparatorul utilizat este C2, semnalul de la intrarea IN2+ este semnalul de la ieșirea regulatorului PID iar intrarea IN2- este pusă la masă. Ieșirea V2OUT este pe 1 logic dacă semnalul de la ieșirea regulatorului PID este pozitivă și pe 0 logic dacă acest semnal este negativ.

Convertorul A/D are sarcina de a converti semnale analogice (de la ieșirea regulatorului PID sau opusul acestui semnal) și de a le transforma în valori numerice. Schema realizată este prezentată în Fig.16.18.

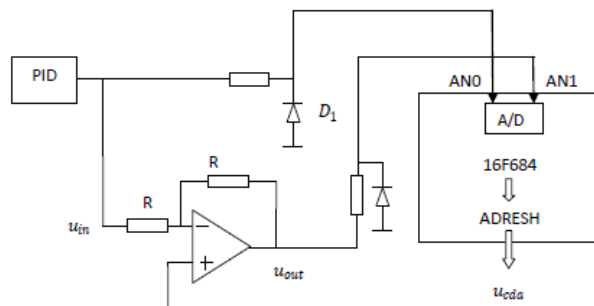


Fig.16.18.

Dacă semnalul de la ieșirea regulatorului PID este pozitiv, el este trimis convertorului A/D prin intrarea AN0. Dacă acest semnal este negativ, el este inversat cu ajutorul unui amplificator operațional și trimis către convertor prin intrarea AN1. Diodele D1 și D2 au rolul de a proteja intrările convertorului A/D de valori negative prea mari (care ar putea deteriora aceste intrări), valorile negative fiind limitate la valoarea de -0.6 volți (căderea de tensiune pe diodă în polarizare directă).

Convertorul A/D este pe 10 biți, ieșirea trimisă către modulul PWM fiind pe 8 biți (conținutul registrului ADRESH), alinierea rezultatului conversiei pe 10 biți fiind făcută către stânga.

Modulul PWM utilizează registrele PR2, T2CON, CCP1L și CCP1CON. Frecvența oscilatorului intern este de 8 MHz, PR2 este setat pe valoare maximă (255) fapt care conferă o frecvență semnalului PWM apropiată de 8KHz.

Semnalul furnizat către circuitul de comandă al motorului L298 este prezentat în Fig.16.19. Conținutul registrului CCP1L va fi dat de rezultatul conversiei conținut de registrul ADRESH.

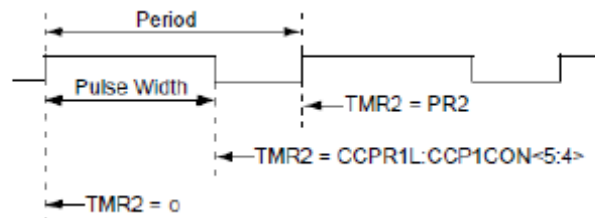


Fig.16.19.

### 3.6. Circuitul L298

Acest circuit conține două punți H identice din care una va fi utilizată pentru controlul motorului de curent continuu, așa cum este prezentat în Fig.16.20.

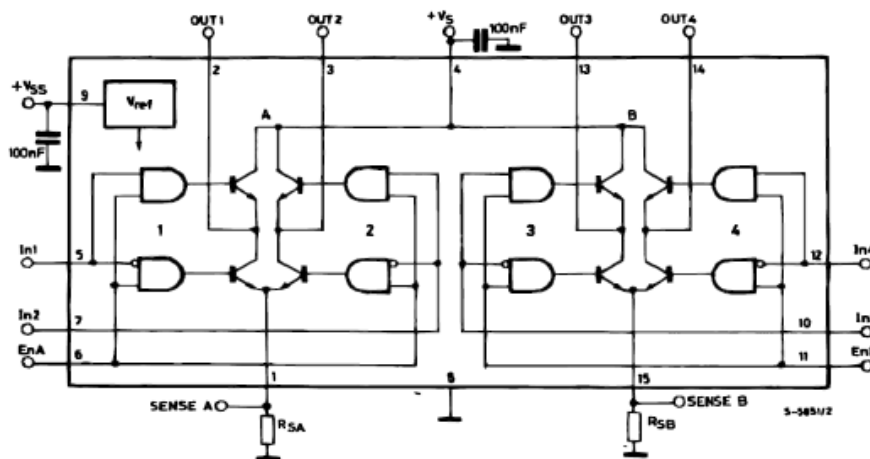


Fig.16.20.

Funcționarea circuitului este ușor modificată față de cea descrisă în datasheet-ul circuitului. Intrările IN1 și IN2 sunt atacate cu semnale complementare, adică IN2 este negatul lui IN1 (dacă IN1 este pe 1 logic, atunci IN2 este pe 0 logic și invers). Acest lucru se poate obține prin soft sau prin inversarea cu ajutorul unui tranzistor. Schema de comandă a tranzistoarelor de putere din puntea H devine cea prezentată în Fig.16.21. Semnalul ENA (ENABLE A) care valida comenzile către puntea H situată în partea stângă a lui L298 va primi acum trenul de impulsuri PWM de la microcontroler. Aceste impulsuri vor fi trimise către una sau cealaltă diagonală a punții H în funcție de valoarea logică a intrării IN1. Astfel, dacă IN1 are valoarea logică 1, curentul prin motor va curge prin tranzistoarele comandate de porțile 1 și 3, motorul rotindu-se într-un anume sens. Dacă IN1 are valoarea logica 0, curentul prin motor va curge prin tranzistoarele comandate de porțile 2 și 4 iar motorul se va roti în sens contrar.

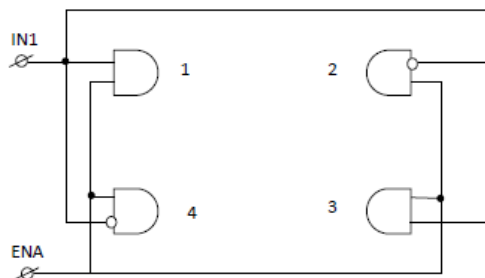


Fig.16.21.

Dacă cele două intrări IN1 și IN2 sunt obținute prin negare soft, atunci conexiunile dintre portul A (liniile RA5 și RA4) al microcontrolerului și intrările circuitului L298 sunt cele prezentate în Fig.16.22.

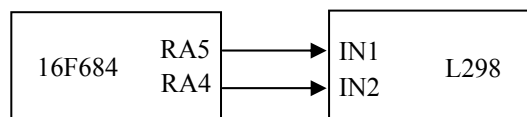


Fig.16.22.

#### 4. Programul implementat în PIC 16F684

```
/******  
Comanda pendul inversat  
*****/  
  
#pragma    config = 0x1C4  
  
void init(void)  
{  
    CMCON0=0x05;        //C2IN+ intrare, C2IN- ground  
                        //sesizeaza trecerile prin 0;  
    VRCON=0b10100000;  
    OSCCON = 0x71;      // 8MHz, OSCInt  
    ANSEL=0x03;        //AN0, AN1 intrari analogice  
    T2CON = 0x7C;      // T2 ON, Prescale = 1, Postscale = 16  
    ADCON1=0x50;  
    TRISA=0x03;  
    TRISC=0x03;  
    PR2 = 255;         // F_PWM=Fosc/4/256=7.8125 KHz  
    C2IE=1;  
    ADIE=1;  
    GIE=1;  
}  
  
void main(void)  
{  
  
    init();  
  
    while(1)  
    {  
        if(C2IF)        //pentru comparator  
        {  
            C2IF=0;  
            PORTA.4=!C2OUT;  
            PORTA.5=C2OUT;  
        }  
    }  
}
```



```
        if(C2OUT)
        {
        ADCON0=0x01;      //AN0, alin stg
        GO=1;
        }
        else
        {
        ADCON0=0x05;      //AN1, alin stg
        GO=1;
        }
        while(GO)
        {
        }

        ADIF=0;
        CCP1CON = 0x0C;
        CCP1L = ADRESH;
    }
}
```

După inițializare, sistemul intră într-o buclă permanentă WHILE. Linile 4 și 5 ale PORT-ului A sunt modificate la schimbarea ieșirii comparatorului, C2OUT. Tot în funcție de C2OUT sunt trimise către convertorul A/D fie semnalul de pe AN0 fie semnalul de pe AN1. La finalul fiecărei conversii valoarea ADRESH este copiată în registrul CCP1L care determină factorul de umplere al semnalului PWM trimis către circuitul L298. Motorul de curent continuu este conectat între ieșirile OUT1 și OUT2 ale punții H (secțiunea A) din circuitul L298.