

LUCRAREA 1

INTRODUCERE IN MATLAB PENTRU TEORIA SISTEMELOR SI CONTROL AUTOMAT

Obiectivele lucrării

În cadrul acestei lucrări studenții sunt familiarizați cu probleme specifice din domeniul teoriei sistemelor și controlului automat care pot fi abordate și rezolvate utilizând mediul de programare MATLAB. În combinație cu pachetul de programe SIMULINK vor putea fi abordate diverse probleme aparținând acestui domeniu important, aceste informații putând constitui un punct de plecare important care va putea fi aprofundat ulterior de către cei interesați. Lucrările prezentate în cadrul acestui îndrumar de laborator conțin exact astfel de combinații de programe și modele care permit studiul facil al diferitelor aspecte vizate din acest frumos și interesant domeniu.

În continuare vor fi prezentate câteva clase de probleme care apar în domeniul teoriei sistemelor și controlului automat și care pot fi implementate și rezolvate utilizând mediul de programare MATLAB.

1. Introducerea unei funcții de transfer în MATLAB

Deoarece în teoria sistemelor și control automat sistemele sunt reprezentate de cele mai multe ori prin intermediul funcției de transfer, este important de știut modul în care poate fi introdusă, în MATLAB, o funcție de transfer. Vom considera sistemele de tip SISO.

Există mai multe variante în care poate fi introdusă o funcție de transfer în MATLAB:

- Dacă funcția de transfer este cunoscută sub forma unui raport de două polinoame în s , aceasta poate fi introdusă în MATLAB prin

precizarea polinoamelor de la numărător și numitor. De menționat că, în MATLAB, un polinom poate fi introdus prin vectorul coeficienților săi în ordinea descrescătoare a puterilor. Coeficienții se cu spații între ei, având grijă ca, dacă o putere a lui s lipsește, acel coeficient să apară cu valoarea 0 (zero).

$$G(s) = \frac{s^2 + 3s + 2}{s^3 + 5s^2 + 4s + 1}$$

Pentru o mai simplă înțelegere vom utiliza notațiile folosite de documentația MATLAB, numărătorul și numitorul având prescurtările din limba engleză:

```
num = [1 3 2];  
den = [1 5 4 1];  
G = tf(num, den)
```

În ultima expresie avem notația *tf* = *transfer function*. În cele ce urmează comenzile specifice limbajului vor fi marcate în *italic*, acestea trebuind să fie scrise numai cu litere mici și exact așa cum apar în exemplele prezentate.

Răspunsul în MATLAB (afișat în Command Window):

```
Transfer function:  
  
      s^2 + 3 s + 2  
-----  
s^3 + 5 s^2 + 4 s + 1
```

- Aceeași funcție de transfer poate fi introdusă folosind următoarele linii:

```
s = tf('s');  
G=(s^2+3*s+2)/(s^3+5*s^2+4*s+1)
```

Rezultatul este același cu cel prezentat anterior.

- Dacă funcția de transfer este dată sub forma poli-zero-uri-factor de amplificare (zero-pole-gain):

$$G(s) = \frac{10(s+2)(s+5)}{s(s+1)(s+3)(s+10)}$$

vom utiliza comanda:

$$G = zpk([-2 -5], [0 -1 -3 -10], 10)$$

Numele *zpk* vine de la zero (*z*) - pole (*p*) - gain (*k*). Importantă este de reținut ordinea acestor elemente, altfel se modifică funcția de transfer introdusă.

Răspunsul în MATLAB:

```
Zero/pole/gain:
      10 (s+2) (s+5)
-----
      s (s+1) (s+3) (s+10)
```

Dacă se dorește scrierea acestei funcții de transfer sub forma raportului a două polinoame, vom utiliza comanda:

$$G = tf(G)$$

Răspunsul în MATLAB:

```
Transfer function:
      10 s^2 + 70 s + 100
-----
      s^4 + 14 s^3 + 43 s^2 + 30 s
```

În această situație vom putea defini polinoamele de la numărătorul și numitorul funcției de transfer prin:

```
num = 10*poly([-2, -5]);
den = poly([0, -1, -3, -10]);
```

$$G = tf(\text{num}, \text{den})$$

Răspunsul este similar cu cel anterior.

- Dacă funcția de transfer conține la numărător și/sau numitor un produs de polinoame, se poate proceda ca în exemplul următor:

$$G(s) = \frac{s^2 + 3s + 2}{(s^3 + 5s^2 + 4s + 1)(s^2 + s + 1)}$$

Vom introduce numărătorul ca mai sus, numitorul fiind dat ca un produs de două polinoame:

$$\begin{aligned} \text{num} &= [1 \ 3 \ 2]; \\ \text{den} &= \text{conv}([1 \ 5 \ 4 \ 1], [1 \ 1 \ 1]); \\ G &= tf(\text{num}, \text{den}) \end{aligned}$$

Funcția de transfer introdusă va fi de forma:

Transfer function:

$$\frac{s^2 + 3s + 2}{s^5 + 6s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1}$$

Funcția *conv* vine de la *convolution* și înseamnă înmulțirea a două polinoame prezentate prin vectorul coeficienților acestora. Se poate verifica faptul că produsul polinoamelor de la numitorul lui $G(s)$ este numitorul afișat de MATLAB în *Transfer function*.

Dacă la numitor avem un produs de mai mult de două polinoame, se va face mai întâi convoluția dintre două polinoame, cu rezultatul se face convoluție cu următorul polinom, ș.a.m.d.

2. Răspunsul sistemului la semnalele tip impuls, treaptă unitară și rampă

Considerăm că sistemul este cunoscut prin funcția de transfer și urmează să fie determinat răspunsul la semnalele de intrare tip menționate. Vom considera funcția de transfer a sistemului definită prin:

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 12s + 100}$$

Aceasta este funcția de transfer pentru un element standard de ordinul II de forma:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

în care $\omega_n = 10$ [rad/s] și $\xi = 0.6$.

Pentru a putea obține răspunsurile solicitate va trebui precizată mai întâi funcția de transfer prin:

```
num = 100;  
den = [1 12 100];  
G = tf(num, den)
```

Comanda pentru obținerea răspunsului la impuls va fi:

```
impulse(G);  
grid;
```

Răspunsul la impuls este prezentat în Fig.1.

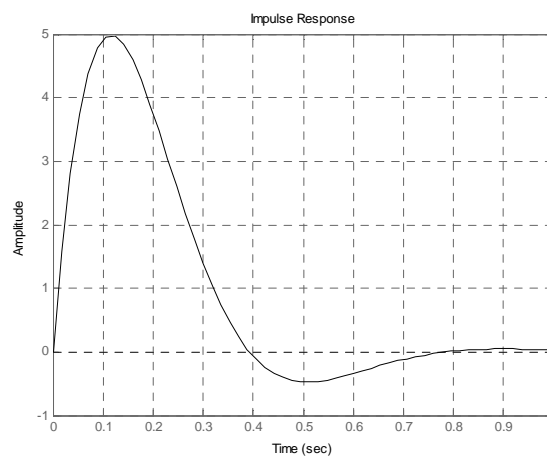


Fig.1. Răspunsul la impuls

Tehnica reglării și control automat

Pentru obținerea răspunsului la un semnal treaptă unitară vom utiliza comanda:

```
step (G);  
grid;
```

Răspunsul la semnalul treaptă unitară este prezentat în Fig.2.

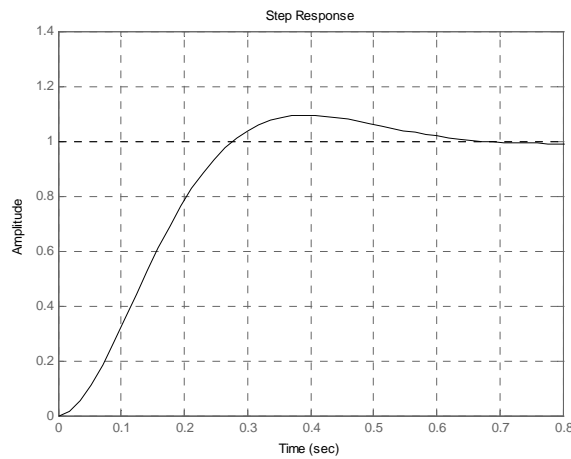


Fig.2. Răspunsul la semnalul treaptă unitară

Durata pe care este prezentat răspunsul este aleasă automat de MATLAB. Dacă se dorește afișarea acestor răspunsuri pe o anumită durată de timp, se va preciza, pe lângă funcția de transfer pentru care se face simularea, și durata de timp pe care se va derula semnalul:

```
impulse (G,2) sau step (G,3)
```

Pentru răspunsul la rampă, se va ține cont de transformatele Laplace ale semnalului treaptă unitară și rampă și vom putea utiliza comanda:

```
s = tf ('s');  
step (G/s);  
grid;
```

Răspunsul la rampă furnizat este prezentat în Fig.3.

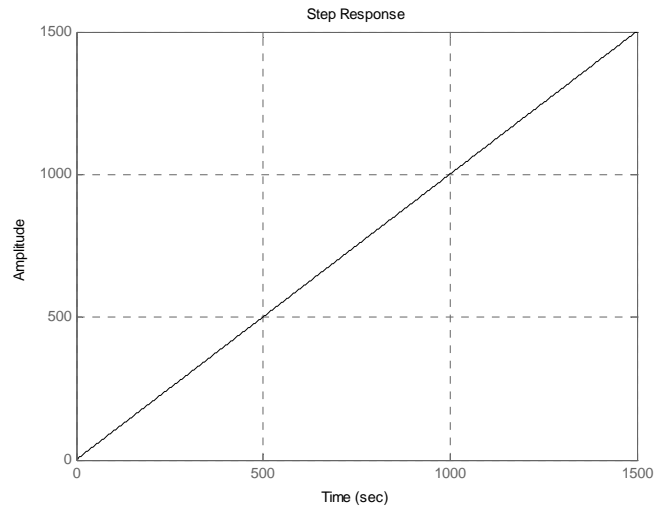


Fig.3. Răspunsul la rampă

La o primă aproximare acest răspuns pare a fi prima bisectoare. De ce? Din cauza timpului de simulare foarte mare. Dacă limităm timpul de simulare la numai 1 [s] vom obține răspunsul din Fig.4. Acum se poate imagina corect răspunsul din Fig.3.

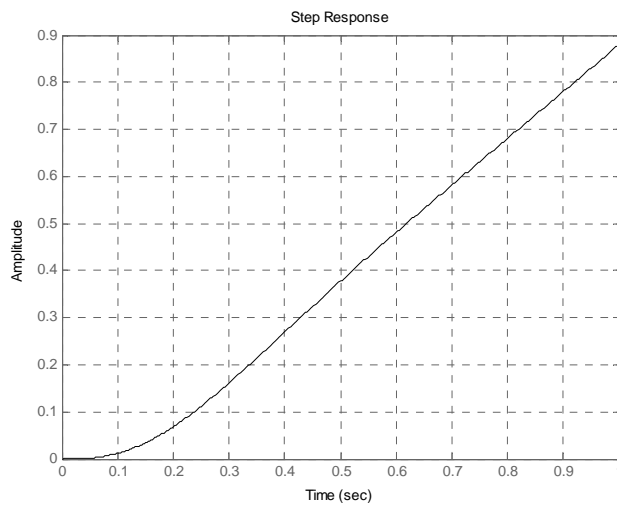


Fig.4. Detaliu

Aceste tipuri de semnale pot fi obținute pentru orice funcție de transfer iar detaliile pot fi extrase dacă se alege corect timpul de simulare.

O altă variantă de a extrage detalii este aceea de a folosi funcția *zoom* din fereastra grafică *Figure1* a MATLAB-ului (unde este afișat graficul).

Dacă sistemul este reprezentat în spațiul stărilor (prin matricile A, B, C, D) atunci răspunsul la impuls sau la semnalul treaptă unitară se poate obține prin comenzile:

```
impulse (A, B, C, D)  
step (A,B,C,D)
```

Dacă nu se dorește afișarea grafică a rezultatului simulării ci numai extragerea unor date din această simulare se pot da comenzi adecvate, și anume:

```
t = 0 : 0.01 : 1;  
[y, x, t] = impulse (G, t); sau  
[y, x, t] = step (G, t);
```

În această situație, dacă se ia de exemplu răspunsul la impuls, poate fi obținută valoarea maximă a semnalului de răspuns prin comanda:

```
ymax = max (y)
```

și se va obține răspunsul:

```
ymax =  
4.9843
```

Dacă se dorește obținerea și a momentului de timp *tp* (*t peak*) pentru care se obține acest maxim (vârf) al răspunsului se va proceda astfel:

```
[ymax, tp] = max (y)
```

În această situație răspunsul dat va fi:


```
ymax =  
    4.9843  
tp =  
    13
```

Rezultă că valoarea maximă a răspunsului la impuls este 4.9843 și este obținută pentru momentul de timp cu numărul 13 din vectorul care conține 101 momente de timp diferite, de la 0 la 1 [s] cu pas de 0.01 [s]. Rezultă că al 13-lea moment de timp este $t_p = 0.12$ [s]. Acest lucru poate fi vizualizat pe graficul din Fig.1.

Dacă se dorește, în această situație, reprezentarea grafică a răspunsului obținut, se dă comanda:

```
plot (t,y);  
grid;
```

și se obține un grafic similar cu graficul din Fig.1 dar cu durata de simulare de 1 [s]. Trebuie avut grijă ca timpul să fie precizat corect înainte de a da comanda *plot*.

Dacă se dorește ca o anumită fereastră grafică să conțină atât răspunsul la impuls cât și la treaptă, afisate unul sub celălalt, în această ordine, se vor da comenzile:

```
subplot (211); impulse (G);  
subplot (212); step (G);
```

Rezultatul se poate vedea în Fig.5. De remarcat modul în care se dă comanda *subplot*: în paranteză apare numărul de linii și de coloane pe care se organizează graficele urmat de a treia cifră care reprezintă poziția efectivă a graficului.

Pentru fixarea acestei posibilități grafice se poate încerca înlocuirea celor două comenzi *subplot* cu *subplot* (221) și respectiv *subplot* (224). Anticipați rezultatul?

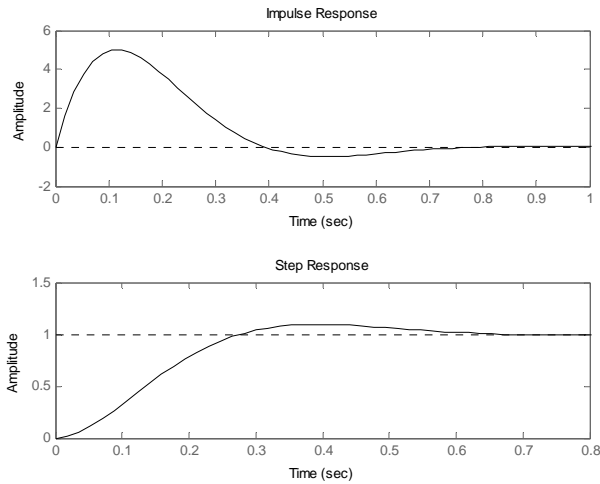


Fig.5. Utilizare subplot

Un caz aparte îl constituie răspunsul unui sistem liniar la o mărime de intrare oarecare. În această situație se vor folosi comenzi de forma:

```
lsim (num, den, t)  
lsim (A, B, C, D, u, t)  
y = lsim (num, den, r, t)  
y = lsim (A, B, C, D, u, t)
```

în care r este semnalul la care se dorește obținerea răspunsului pentru SISO și respectiv u este semnalul pentru MIMO.

Ca un exemplu, considerăm secvența de comenzi, pentru un sistem cunoscut prin funcția de transfer (num, den):

```
t = 0 : 0.01 : 2 ;  
r = 0.5*t.^2 ;  
y = lsim (num, den, r, t)  
plot (t, r, t, y);  
grid;
```

Rezultatul va fi dat de reprezentarea grafică atât a semnalului de intrare cât și a celui de ieșire pe vectorul de timp considerat. Trebuie remarcat

modul în care este dat semnalul de intrare r : variabila t este de fapt t . (t punct, însemnând că r va lua o mulțime de valori egală cu numărul elementelor vectorului t)

3. Locul rădăcinilor

Se consideră sistemul în buclă închisă cu reacție negativă unitară prezentat în Fig.6.

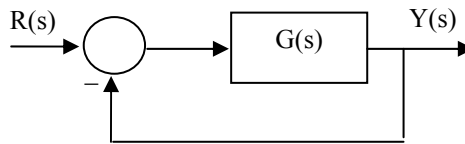


Fig.6. Sistem închis cu reacție negativă unitară

Funcția de transfer a sistemului deschis este dată prin:

$$G(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_n)}$$

Polii și zerourile care apar în expresia funcției de transfer pot fi valori reale sau complex conjugate.

Dacă sistemul are pe calea de reacție o funcție de transfer $H(s)$ (nu este cu reacție negativă unitară) atunci funcția de transfer care va fi luată în considerare pentru construcția locului rădăcinilor este $G(s)H(s)$ în loc de $G(s)$.

Pentru simplitatea raționamentului, considerăm că funcția de transfer este de forma:

$$G(s) = \frac{K \text{ num}(s)}{\text{den}(s)}$$

Funcția de transfer în buclă închisă va fi:

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

Polii funcției de transfer în buclă închisă vor fi dați de ecuația caracteristică:

$$1 + G(s) = 0$$

care poate fi pusă sub forma:

$$den(s) + K num(s) = 0$$

Dacă funcția de transfer $G(s)$ are gradul numărătorului mai mic decât gradul numitorului ($m < n$) atunci locul rădăcinilor va avea un număr de $(n-m)$ ramuri care merg către infinit.

Locul rădăcinilor ne arată cum evoluează polii funcției de transfer în buclă închisă atunci când factorul de amplificare K variază de la zero la infinit. Putem sesiza în acest mod la ce valoare a lui K sistemul devine instabil, pentru ce valori ale lui K sistemul are doi poli dominanți, ș.a.m.d. Locul rădăcinilor pornește, pentru $K=0$, din polii funcției de transfer $G(s)$ și se oprește, pentru K tinzând la infinit, în zerourile acesteia. Zerourile pot să fie finite sau infinite.

Locul rădăcinilor poate fi schițat dacă se ține cont de regulile generale privind trasarea acestuia. În acest moment ne interesează cum poate fi reprezentat locul rădăcinilor utilizând MATLAB-ul și care sunt infirmațiile utile ce pot fi extrase din acesta.

Dacă avem ramuri către infinit ale locului rădăcinilor, important de reținut este faptul că unghiurile asimptotelor este dat de relația:

$$Unghi_asimpt = \frac{180(2k+1)}{n-m}, \quad k = 0, 1, \dots$$

Punctul de întâlnire a asimptotelor pe axa reală are coordonata:

$$s_ramif_asimpt = \frac{\sum p_k - \sum s_j}{n-m}, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, m$$

O parte din axa reală poate să facă parte din locul rădăcinilor. Se plasează pe axa reală toate zerourile reale și toți poli realii ai funcției de transfer în buclă deschisă $G(s)$. Fac parte din locul rădăcinilor acele porțiuni din axa reală care au în dreapta lor un număr impar de poli și zerouri.

Pot exista ramificații ale locului de transfer care se produc pe axa reală. Aceste puncte pot fi determinate din condiția:

$$\frac{dK}{ds} = \frac{d}{ds} \left(-\frac{den(s)}{num(s)} \right) = 0$$

Această mică selecție din regulile pe baza cărora poate fi schițat locul rădăcinilor este suficientă pentru a face o primă aproximare a formei acestuia.

Pentru exemplificare considerăm funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

Va trebui să introducem funcția de transfer în MATLAB, fără a include amplificarea K . Vom folosi una din variantele expuse:

```
num = [1];
den = [1 3 2 0];
G = tf(num, den);
```

Urmează comanda pentru trasarea locului rădăcinilor:

```
rlocus (G)
```

Rezultatul este prezentat în Fig.7. Se poate observa imediat că locul reprezentat are trei ramuri care merg la infinit. Sunt trei poli reali, unul în origine. Fac parte din locul reprezentat și porțiuni din axa reală negativă și anume acele porțiuni care au în dreapta lor un număr impar de poli (și zerouri, la modul general) ai funcției de transfer în buclă deschisă.

Asimptotele se întâlnesc pe semiaxa reală negativă în punctul având valoarea $s = -1$.

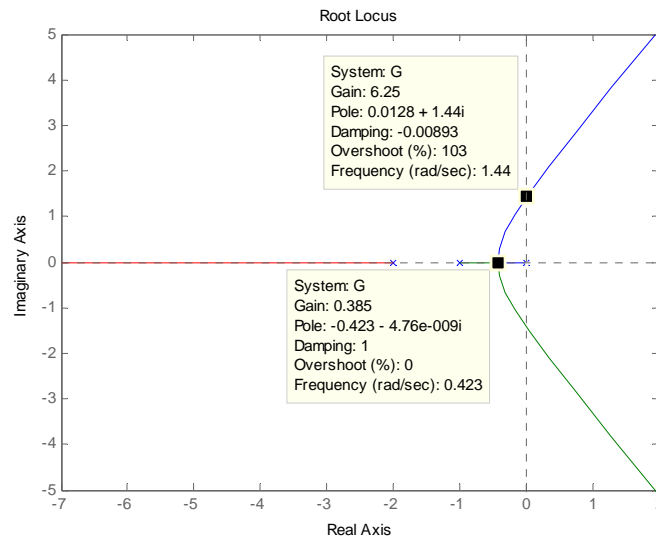


Fig.7. Locul rădăcinilor

Pe acest loc al rădăcinilor pot fi verificate cele câteva reguli pentru schițarea lui descrise anterior.

Am selectat un punct de pe locul rădăcinilor în care acesta părăsește semiplanul complex stâng. Acesta ne dă informații cu privire la valoarea lui K pentru care unii poli ai funcției de transfer în buclă închisă părăsesc semiplanul stâng al planului complex, deci valoarea lui K peste care sistemul închis devine instabil.

La limită, pentru această valoare a lui K ($K=6.25$, la o primă aproximare) sistemul este la limita de stabilitate (are oscilații întreținute), pulsația corespunzătoare fiind situată foarte aproape de 1.44 [rad/s]. Aceste valori sunt aproximative, polii considerați având deja parte reală pozitivă.

Al doilea punct evidențiat este un punct de ramificare a locului pe axa reală. Valoarea lui K în acest punct este $K=0.385$. Peste această valoare a lui K sistemul închis va avea o pereche de poli complex conjugați și un pol real negativ.

Se poate verifica existența unui pol dublu în $s = -0.423$ și a unui pol real în $s = -2.16$ (aproximativ) prin succesiunea de comenzi:

$$K = 0.385;$$

```
num = [ 0 0 0 1];  
den = [ 1 3 2 0];  
ecu = den + K*num;  
roots (ecu)
```

A fost necesar să considerăm numărătorul ca având același grad cu numitorul pentru a putea efectua adunarea polinoamelor care generează ecuația caracteristică. Comanda *roots* determină rădăcinile unui polinom ai cărui coeficienți sunt dați sub forma unui vector.

Răspunsul oferit de MATLAB este:

```
ans =  
-2.1547  
-0.4226 + 0.0076i  
-0.4226 - 0.0076i
```

Valorile obținute pentru polii complex conjugați arată că pentru valoarea considerată pentru K ne aflăm deja pe ramurile locului (imediat după părăsirea axei reale), polii având și o parte imaginară (de valoare foarte mică). Valoarea cerută ar putea fi $K = 0.3849$. Polii vor fi reali, negativi și egali.

Valoarea exactă a lui K pentru care sistemul devine instabil se poate determina pe baza criteriului de stabilitate Routh și se obține $K=6$. Valoarea exactă a pulsației acestor oscilații este de 1.41 [rad/s].

Pentru valoarea $K = 6$ se poate verifica faptul că sistemul este oscilant cu pulsația de aprox. 1.41 [rad/s], prin comanda:

```
G = tf( [6], [1 3 2 0]);  
G0 = feedback(G, 1)  
step(G0, 20); grid;
```

Răspunsul sistemului închis este dat în Fig.8. Se poate verifica pulsația oscilațiilor prin măsurarea perioadei oscilațiilor întreținute.

Apare aici o nouă comandă în MATLAB și anume comanda *feedback*. Utilizând această comandă se poate determina funcția de transfer în buclă închisă pentru un sistem având funcția de transfer a căii directe $G(s)$ și cu reacție negativă unitară. Al doilea parametru este +1 dacă reacția este negativă (unitară) și -1 dacă avem reacție pozitivă. Dacă

pe calea de reacție avem funcția de transfer $H(s)$, în loc de +1 vom pune H , funcția de transfer a căii de reacție care trebuie definită anterior acestei comenzi.

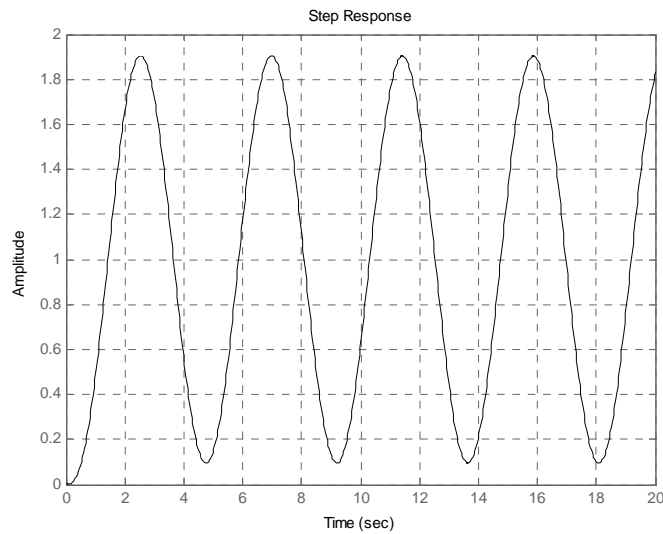


Fig.8. Oscilații întreținute

Dacă se dorește obținerea locului de transfer pentru un anumit vector conținând valori ale lui K , se poate face acest lucru definind vectorul K și apoi dând comanda:

```
K = 5: 0.01: 7;  
rlocus( G, K)
```

Se vor obține trei porțiuni din locul rădăcinilor, una pe semiaxa reală negativă iar celelalte două la întretăierea locului cu axa imaginară, la valori atât pozitive cât și negative (poli complex conjugați cu parte reală aproape de zero).

Dacă se dorește reprezentarea unui grid în coordonate polare pentru $\xi =$ constant și $\omega_n =$ constant se va utiliza comanda *sgrid* astfel:

```
sgrid(0.7, 2);
```


Rezultatul este prezentat în Fig.9. Sunt trasate două semidrepte ce trec prin origine pentru $\xi = 0.7$ și un semicerc cu centrul în origine și de rază $\omega_n = 2$ [rad/s]. Acest lucru este util atunci când se dorește plasarea polilor funcției de transfer în buclă închisă pentru a se obține un sistem în care polii dominanți să imprime o comportare asemănătoare cu a unui sistem de ordinul II având o anumită pulsație naturală și un anumit factor de amortizare.

Polii dominanți sunt cei mai apropiați de origine (prin partea lor reală dacă sunt complex conjugați). Componenta indusă de un astfel de pol se stinge mult mai greu decât cea indusă de un pol cu partea reală de mult mai mare (în modul). O pereche de astfel de poli complex conjugați pot fi considerați dominanți în raport cu ceilalți poli dacă raportul dintre părțile lor reale este de minim 1/10 (la limită, se poate admite și un raport de 1/6)

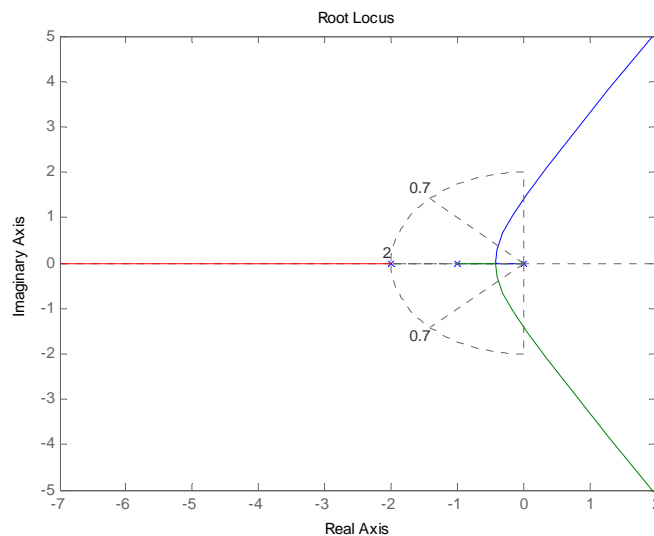


Fig.9. Utilizare sgrid

Comanda *sgrid* fără argumente trasează mai multe drepte pentru amortizare constantă (pentru diverse valori ale acesteia) și mai multe semicercuri pentru pulsație naturală constantă. Această comandă poate fi asociată numai unui loc la rădăcinilor, deci poate fi dată numai în asociere cu *rlocus*.

4. Caracteristicile Bode

Caracteristicile Bode reprezintă o pereche de grafice amplitudine – pulsație și respectiv fază – pulsație. Pulsația este considerată în decade, logaritmul pulsației fiind echidistant. O decadă este un interval de pulsații la care raportul dintre valorile de capăt (maximă și minimă) este de 10. Caracteristicile Bode se trasează pentru funcția de transfer în buclă deschisă. Pe baza acestor caracteristici se pot trage concluzii cu privire la stabilitatea sistemului în buclă închisă, la precizia sistemului în buclă închisă în cazul utilizării unor semnale de excitație tip, ș.a.m.d. Intervalul de pulsații pentru care sunt reprezentate caracteristicile Bode este ales în mod automat de către MATLAB.

Pentru exemplificare vom considera următorul exemplu:

```
G = tf( [20], [1 3 2 0]);
bode(G);
grid;
```

Caracteristicile obținute sunt prezentate în Fig.10.

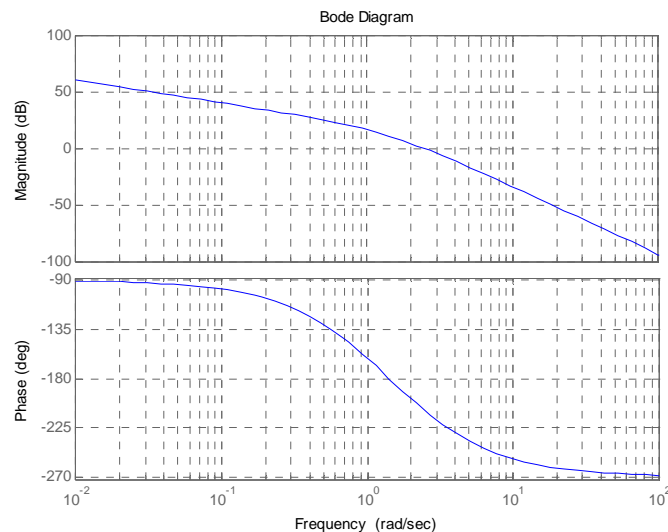


Fig.10. caracteristicile Bode

Aceste caracteristici sunt trasate pentru sistemul reprezentat de funcția de transfer cu care s-a analizat locul rădăcinilor. Factorul de amplificare care s-a considerat în acest exemplu este $K = 10$. Această valoare este mai mare decât $K = 6$, valoarea limită pentru care sistemul este stabil (sau la limita de stabilitate). Rezultă că sistemul închis este instabil. Cum poate fi determinat acest lucru din caracteristicile Bode? Se fac următoarele determinări:

- Se determină pulsația pentru care caracteristica atenuare-frecvență intersectează linia de 0 (zero) dB. Această pulsație o vom nota ω_1 . Se citește faza corespunzătoare acestei pulsații din graficul fază-pulsație.
- Se determină, din graficul fază-pulsație pulsația pentru care faza este de -180 grade. Această pulsație se notează ω_π .

Pe baza acestor valori se determină marginea de fază și marginea de amplificare cu relațiile:

$$mF(\text{grade}) = 180 + \varphi(\omega_1)$$

$$mA(\text{dB}) = 0 - G_{dB}(\omega_\pi)$$

Pentru stabilitatea unui sistem cu fază minimă aceste valori trebuie să fie pozitive. Pentru un sistem cu rezultate acceptabile în buclă închisă trebuie să avem $mF(\text{grade}) \in [30, 60]$ iar $mA(\text{dB}) > 6$.

Pentru caracteristicile Bode obținute cele patru valori (două pulsații, o atenuare și o fază) sunt evidențiate în Fig. 11.

Se constată (cu aproximație) că marginea de fază este $mF = -28$ grade iar marginea de amplificare este $mA = -10.6$ dB.

Aceste valori pot fi obținute direct prin utilizarea următoarei comenzi:

$$\text{margin}(G)$$

Rezultatul este prezentat în Fig. 12.

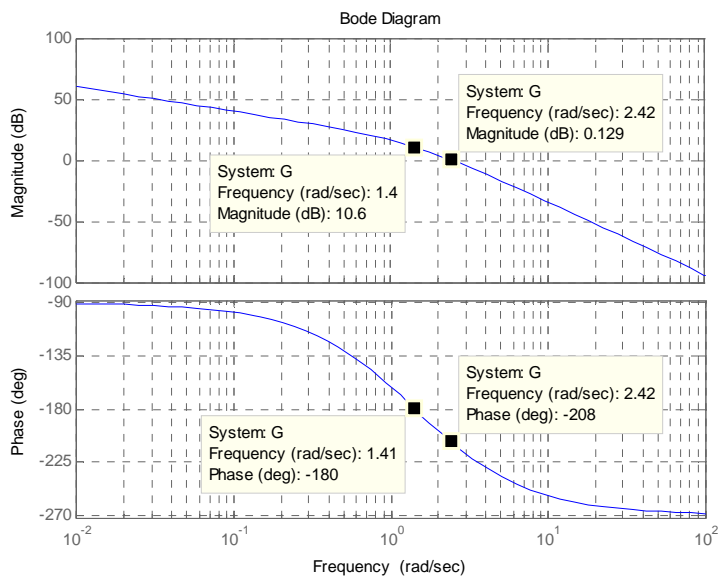


Fig.11. Puncte importante pe caracteristicile Bode

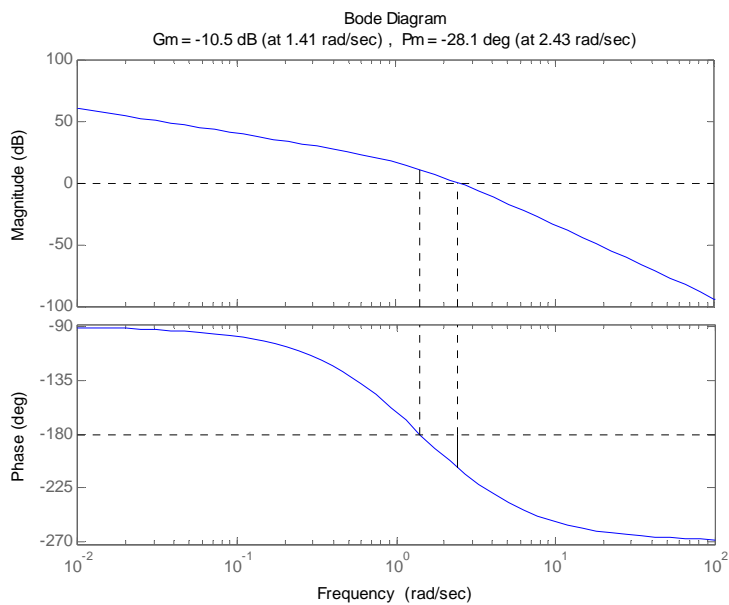


Fig.12. Utilizare margin

Valorile determinate din graficul anterior sunt determinate (mult mai precis), evidențiate pe grafic și afișate deasupra graficului. Se constată că aceste valori sunt apropiate de cele determinate din caracteristicile Bode.

Putem obține aceste valori fără a face reprezentarea grafică printr-o comandă de forma:

$$[G_m, P_m, w_{cp}, w_{cg}] = \text{margin}(G)$$

Răspunsul primit este de forma:

$$G_m = \\ 0.3000$$

$$P_m = \\ -28.0814$$

$$w_{cp} = \\ 1.4142$$

$$w_{cg} = \\ 2.4253$$

Valoarea $G_m = 0.3$ ne arată că putem mări (de fapt micșora) amplificarea considerată ($K = 20$) de 0.3 ori pentru a aduce sistemul la limita de stabilitate. Este adevărat, $20 \cdot 0.3 = 6$, adică exact valoarea $K = 6$ pentru care am găsit că sistemul devine instabil (la creșterea amplificării). În cazul nostru, sistemul fiind instabil, el va deveni stabil la micșorarea amplificării!

Dacă se consideră marginile de fază și de amplificare afișate în partea superioară a graficului din Fig.12, se poate deduce amplificarea suplimentară necesară a fi introdusă pentru ca sistemul să devină stabil. Marginea de amplificare este negativă, $m_A \text{ (dB)} = -10.5 \text{ dB}$. Prin introducerea unei amplificări suplimentare se modifică numai

caracteristica atenuare-pulsație (urcă, dacă amplificarea suplimentară este supraunitară și coboară dacă este subunitară). Ca urmare, pentru a aduce sistemul la limita de stabilitate trebuie să coborâm caracteristica atenuare pulsație cu cei 10.5 dB, deci este necesară o amplificare suplimentară K1 astfel încât $20 \cdot \log_{10}(K1) = -10.5$ dB.

Rezultă pentru K1 valoarea $K1 = 10^{(-10.5/20)} = 0.2895$, valoare sensibil egală cu cea obținută anterior.

Dacă se dorește trasarea caracteristicilor Bode pentru un anumit interval de frecvență (pentru a vedea mai clar o anumită porțiune, de exemplu intrsecția caracteristicii atenuare-pulsație cu linia de zero dB) se poate utiliza succesiunea de comenzi:

```
w = logspace (0, 1);  
bode (G,w);  
grid;
```

Rezultatul este prezentat în Fig.13.

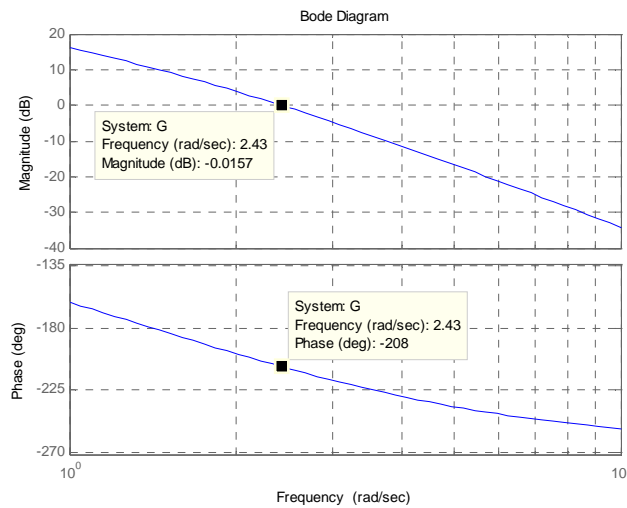


Fig.13. Detaliu caracteristici Bode

Prin comanda *logspace* se stabilește domeniul de frecvență. În paranteză se pun cele două puteri ale lui 10 între care urmează să se facă

reprezentarea grafică. În cazul considerat, pulsația este între 10^0 și 10^1 [rad/s].

Dacă nu se dorește reprezentarea grafică a caracteristicilor Bode, se pot obține, printr-o comandă adecvată, valorile atenuării și pulsației pentru o anumită pulsație (sau pentru un interval de pulsații):

```
w = 5;  
[mag, phase] = bode (G,w)
```

De precizat că nu trebuie să punem (;) după comanda Bode pentru a afișa rezultatele în Command Window.

Răspunsul furnizat de MATLAB:

```
mag =  
    0.1457  
phase =  
   -236.8887
```

Valorile sunt în concordanță cu cele de pe grafic. De remarcat că valoarea desemnată prin *mag* reprezintă chiar modulul funcției de transfer calculat în acea pulsație. Pentru determinarea valorii în dB trebuie făcută transformarea $mag \text{ (dB)} = 20 \cdot \log_{10} (mag) = -16.73 \text{ dB}$.

O comandă asemănătoare poate fi utilizată pentru reprezentarea caracteristicilor Bode în cazul în care modelul este construit în spațiul stărilor:

```
bode (A, B, C, D)
```

Dacă sistemul desemnat prin funcția de transfer $G(s)$ este rezonant, deci există o pulsație pentru care caracteristica magnitudine-pulsație are o valoare maximă (vârf, la rezonanță), această valoare a pulsației cât și valoarea atenuării în acest punct pot fi determinate prin succesiunea de comenzi:

```
w = logspace (a,b)
```

```
[mag, phase, w] = bode (G, w);  
[Mp, k] = max (mag);  
varf_rez = 20 * log10 (Mp)  
puls_rez = w (k)
```

Putem considera drept exemplu un element de ordin II cu funcția de transfer dată de:

```
G = tf ( [4], [1 0.8 4]);  
w = logspace (-1, 2);
```

Acesta este un element cu pulsația naturală egală cu 2 și amortizare 0.2, deci un element rezonant. Urmează succesiunea de comenzi de mai sus, rezultatul obținut fiind de forma:

```
varf_rez =  
  
8.1321  
  
puls_rez =  
  
1.9307
```

Dacă se dorește obținerea benzii de trecere pentru acest sistem, vom putea proceda astfel:

```
G = tf ( [4], [1 0.8 4]);  
w = logspace (0, 1);  
[mag, phase, w] = bode (G, w);  
k = 1;  
while 20*log10(mag(k)) > -3  
    k = k + 1;  
end  
banda_trecere = w(k)
```

Se obține valoarea:

```
banda_trecere =  
  
3.0888
```


Mai multe amănunte se vor afla în legătură cu aceste caracteristici după utilizarea lor în mai multe exemple și situații.

5. Locul de transfer (Nyquist plot)

Locul de transfer se trasează pentru funcția de transfer în buclă deschisă, notată, în cazul sistemelor cu reacție negativă unitară, $G(s)$. Dacă sistemul are pe calea de reacție funcția de transfer $H(s)$, se va considera funcția de transfer în buclă deschisă $G(s)H(s)$. Acesta presupune reprezentarea punct cu punct, pentru valori ale pulsației ce variază de la 0 (zero) la infinit a valorilor $\text{Re}G(j\omega)$ și $\text{Im}G(j\omega)$ în planul complex ($\text{Re}G(j\omega)$, $j \text{Im}G(j\omega)$). Pe baza locului de transfer pot fi trase concluzii cu privire la stabilitatea sistemului închis pornind de la aspectul locului de transfer al sistemului deschis.

De asemenea, pot fi determinate marginile de fază și de amplificarea sistemului prin simpla urmărire a intersecției locului de transfer cu cercul cu centrul în origine și de rază 1 sau cu semiaxa reală negativă a planului complex ($\text{Re}G(j\omega)$, $j \text{Im}G(j\omega)$).

Pentru exemplificare se consideră funcția de transfer pentru care s-au reprezentat caracteristicile Bode:

$$G = tf([20], [1 \ 3 \ 2 \ 0]);$$

$$nyquist(G);$$

Răspunsul este prezentat în Fig.14.

Se observă că sistemul este de tip 1 (are un integrator, locul de transfer pleacă de la o fază de -90 grade). Caracteristica pentru pulsații pozitive are partea imaginară negativă, deci pleacă din stânga jos pentru pulsații foarte mici și se îndreaptă spre origine pentru pulsații foarte mari.

Pentru această reprezentare ne interesează un detaliu: cum evoluează locul de transfer în jurul punctului critic $(-1, j0)$.

Analizând locul din Fig.14 se constată că intervalul de pulsații care interesează este intervalul $[1 \dots 3]$ [rad/s].

Se va trasa locul de transfer pentru aceste pulsații:

$$w = 1: 0.05: 3;$$

nyquist (G,w)

Detaliul este prezentat în Fig.15.

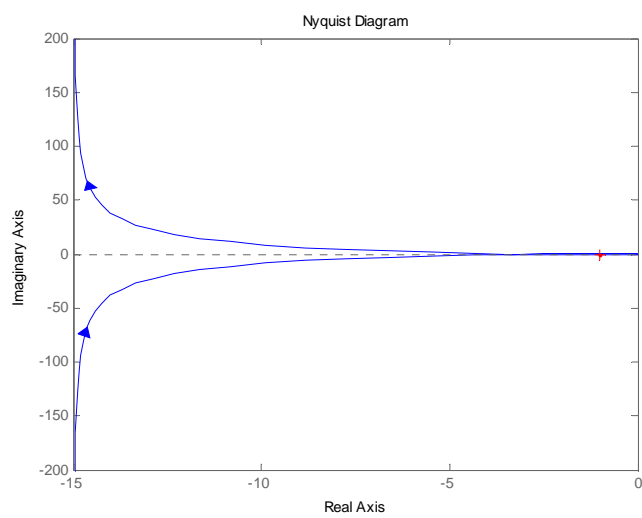


Fig.14. Locul de transfer

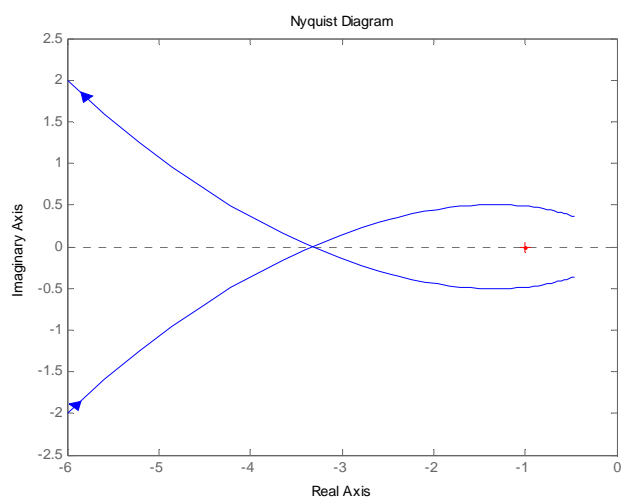


Fig.15. Detaliu loc de transfer

Porțiunea de grafic pentru pulsații pozitive este cea care are partea imaginară crescătoare (urcă în imaginea din figură).

Sistemul fiind cu fază minimă, se poate constata că locul de transfer lasă punctul critic $(-1, j0)$ în dreapta sa atunci când este parcurs în sensul crescător al frecvențelor, deci sistemul închis este instabil (potrivit criteriului de stabilitate Niquist simplificat).

Am văzut că pentru $K = 6$ sistemul este la limita de stabilitate. Ce înseamnă acest lucru prin prisma locului de transfer? Vom merge direct la detaliu, Fig.16:

```
G = tf([6], [1 3 2 0]);
w = 1: 0.05: 3;
nyquist(G,w)
```

Se constată că locul de transfer trece exact prin punctul critic, deci se află la limita de stabilitate. Pentru ca sistemul închis să devină stabil trebuie micșorat în continuare factorul de amplificare; luăm $K = 2$.

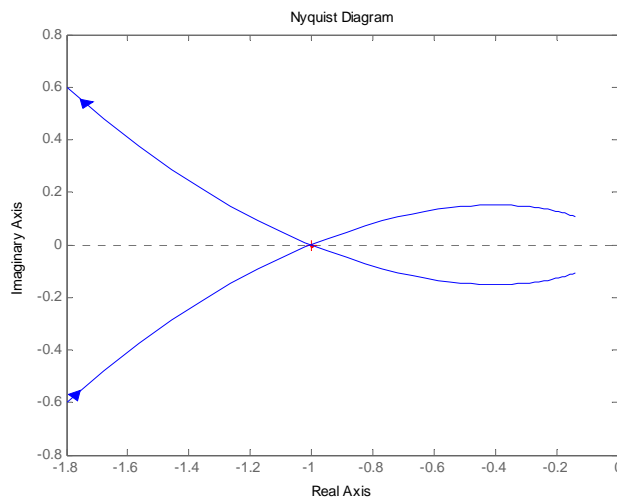


Fig.16. Sistem la limita de stabilitate

Pentru $K = 2$, locul de transfer (un detaliu) este obținut prin comenzile:

$G = tf([2], [1 \ 3 \ 2 \ 0]);$
 $w = 0.5: 0.05: 3;$
 $nyquist(G,w)$

Rezultatul este prezentat în Fig.17.

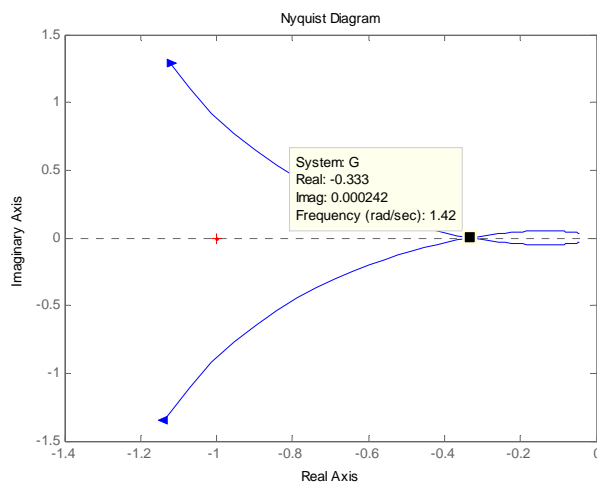


Fig.17. Sistem stabil

Se constată că sistemul închis devine stabil (locul de transfer, parcurs în sensul crescător al pulsațiilor lasă punctul critic $(-1, j0)$ în stânga). Din acest detaliu se poate vedea direct care este marginea de amplificare. Potrivit definiției, marginea de amplificare este dată de relația:

$$mA = \frac{1}{|G(j\omega_\pi)|}$$

Pentru valoarea în dB relația de transformare este:

$$mA(dB) = 20 * \lg \frac{1}{|G(j\omega_\pi)|} = -20 * \lg |G(j\omega_\pi)| = -G_{dB}(\omega_\pi)$$

Potrivit valorilor specificate în caseta ce descrie punctul de pe axa reală, valoarea părții reale este $\text{Re}G(j\omega) = -0.333$ iar a părții imaginare zero. Rezultă că $G(j\omega_\pi) = 0.333$. Rezultă că marginea de amplificare este $m_A = 1/0.333 = 3$. Marginea de amplificare ne arată de câte ori putem mări amplificarea până când sistemul devine instabil. Evident, pentru cazul nostru, $K = 2$ iar la limita de stabilitate $K = 6$. Este evident că marginea de amplificare este $m_A = 3$.

Marginea de fază este dată de intersecția locului de transfer cu cercul de rază 1 cu centrul în origine. Aceasta poate fi vizualizată dacă în fereastra grafică facem click mouse dreapta, alegem *Characteristics* apoi *All Stability Margins*. Rezultatul se poate vedea în Fig.18.

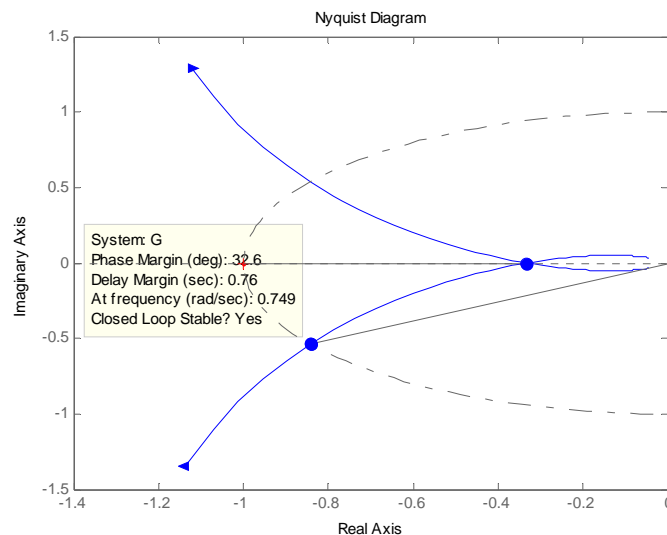


Fig.18. Marginea de fază

Rezultă o margine de fază de 32.6 grade. Marginea de amplificare, în dB, este $20 * \log_{10}(3) = 9.5424$ dB. Marginea de fază este puțin cam mică, răspunsul sistemului închis este oscilant, cu o suprareglare puțin cam mare, Fig.19.

Pentru obținerea răspunsului sistemului închis la semnalul treaptă unitară trebuie calculată mai întâi funcția de transfer a sistemului închis cu *feedback* apoi dată comanda *step*.

Dacă nu ne interesează reprezentarea grafică a locului de transfer, această comandă poate fi utilizată pentru determinarea, spre exemplu, a părții reale și imaginare a funcției de transfer în buclă deschisă pentru o anumită pulsație:

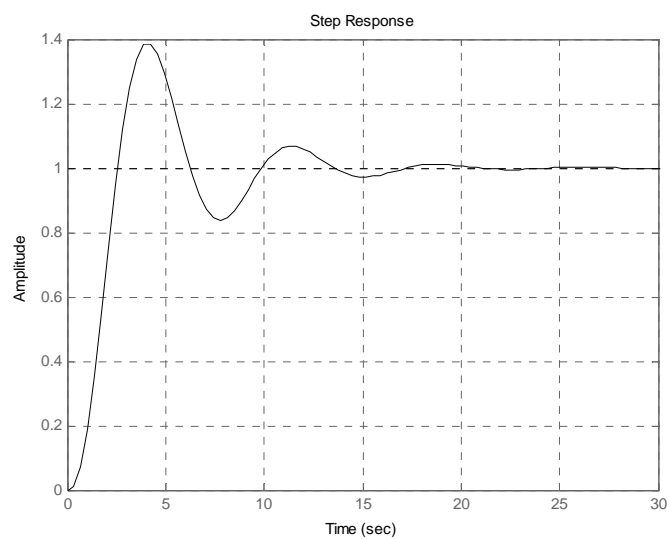


Fig.19. Răspunsul la treapta unitară

```
w = 1.2;  
G = tf( [2], [1 3 2 0]);  
[real, imag] = nyquist (G,w)
```

iar răspunsul obținut este:

```
real =  
-0.4520  
  
imag =  
-0.0703
```

Locul de transfer al sistemului deschis poate fi utilizat pentru determinarea stabilității sistemului închis dacă se ține cont de criteriul de stabilitate Nyquist.

Potrivit acestui criteriu,

- Dacă funcția de transfer a sistemului deschis nu are nici poli nici zerouri pe axa imaginară, dar în schimb are k poli în semiplanul complex drept (poli cu partea reală pozitivă) atunci sistemul închis este stabil dacă locul de transfer înconjoară punctul critic $(-1, j0)$ de k ori în sens antiorar atunci când pulsația ω variază de la $-\infty$ la $+\infty$.

Criteriul de stabilitate Nyquist este dat, în general, și sub forma:

$$Z = N + P$$

unde:

Z = numărul de zerouri al ecuației caracteristice a sistemului (adică polii funcției de transfer în buclă închisă);

P = numărul de poli ai sistemului deschis situați în semiplanul drept al planului complex;

N = numărul de încercuiri a punctului critic $(-1, j0)$ în sens orar de către locul de transfer atunci când pulsația ω variază de la $-\infty$ la $+\infty$. De remarcat că, dacă N are semnificația specificată, atunci $-N$ reprezintă numărul de încercuiri ale punctului critic în sens antiorar.

Consecință: Dacă funcția de transfer a sistemului în buclă deschisă nu are poli în semiplanul drept al planului complex (sistem de fază minimă, $P = 0$) atunci, pentru ca sistemul închis să fie stabil trebuie ca locul de transfer să nu înconjoare punctul critic ($N = 0$ implică $Z = 0$).

Exemplu:

Se consideră funcția de transfer în buclă deschisă de forma:

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+5)}$$

Este evident, $P = 0$. Pentru trasarea locului de transfer avem succesiunea de comenzi:

$$G = \text{tf}([10], [1 \ 6 \ 5]);$$
$$\text{nyquist}(G)$$

Locul de transfer este prezentat în Fig.20. Pulsățiile pozitive sunt pe ramura inferioară a locului iar cea negativă pe ramura superioară. Valorile mari ale pulsației duc locul de transfer în origine. Pentru a ști dacă locul de transfer înconjoară punctul critic $(-1, j0)$ atunci când pulsația ω variază de la $-\infty$ la $+\infty$ considerăm că pornim din origine, parcurgem ramura superioară apoi cea inferioară a locului de transfer (deplasarea este în sens orar). Se constată că această deplasare pe locul de transfer nu înconjoară punctul critic, deci $N = 0$. Rezultă de aici $Z = 0$, deci sistemul închis este stabil.

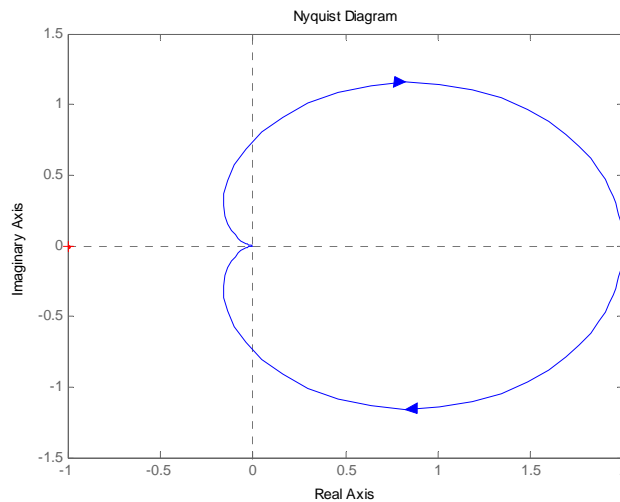


Fig.20. Locul de transfer

- Dacă funcția de transfer în buclă deschisă are poli sau zerouri pe axa imaginară dar are și k poli în semiplanul complex drept atunci sistemul închis este stabil dacă, prin parcurgerea conturului Nyquist modificat în sens orar, locul de transfer al sistemului

deschis trebuie să înconjoare punctul critic $(-1, j0)$ de k ori în sens antiorar atunci când pulsația ω variază de la $-\infty$ la $+\infty$.

Exemple:

- Considerăm funcția de transfer în buclă deschisă de forma:

$$G(s) = \frac{20}{s(s+1)(s+10)}$$

În MATLAB vom da succesiunea de comenzi:

```
G = tf( [20], [1 10 11 0]);
nyquist (G)
```

Locul de transfer este prezentat în Fig.21. Ramura de jos este pentru pulsații pozitive. Avem marcat sensul crescător al pulsațiilor. Pornind pe locul de transfer din origine, urmând ramura superioară a locului, sărind de la pulsația 0^- la pulsația 0^+ printr-un cerc cu rază infinită (mare, mult spre dreapta) și continuând pe ramura inferioară din nou până în origine se constată că nu se înconjoară punctul critic, deci $N = 0$. Cum $P = 0$, rezultă $Z = 0$, deci sistemul închis este stabil.

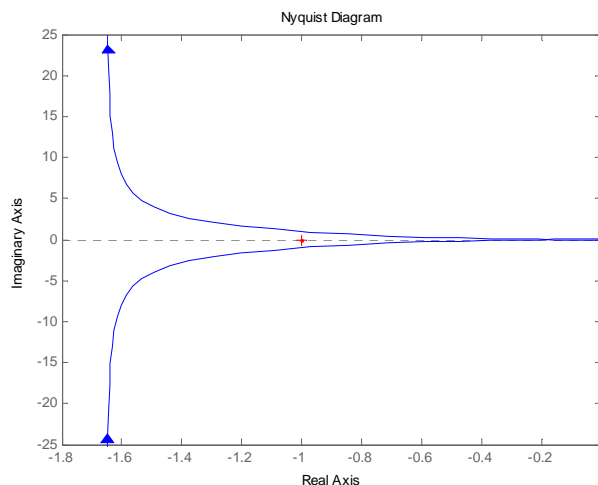


Fig.21. Locul de transfer

De ce spunem că locul nu încercuiește punctul critic? Considerăm că avem un vector cu originea în punctul critic $(-1, j0)$ și cu vârful pe locul de transfer. Când parcurgem locul de transfer acest vector își schimbă mereu poziția. Un înconjur complet al punctului critic $(-1, j0)$ ar presupune ca acest vector, în deplasarea sa, să se rotească iar variația de unghi să fie de 360 grade. În acest caz nu avem o rotație completă, variația totală de unghi este zero.

Pentru aceeași funcție de transfer creștem factorul de amplificare. Ne așteptăm ca sistemul să devină instabil.

- Considerăm funcția de transfer de forma:

$$G(s) = \frac{200}{s(s+1)(s+10)}$$

Avem:

$$G = tf([200], [1 11 10 0]);$$

$$nyquist(G)$$

Locul de transfer este dat în Fig.22.

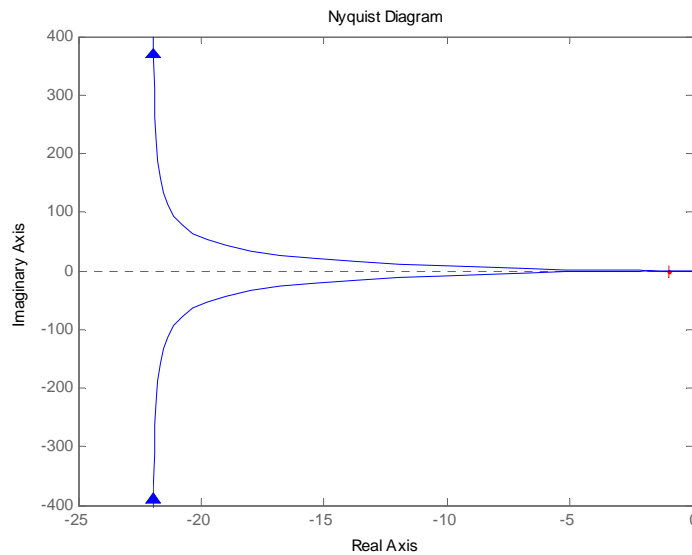


Fig.22. Locul de transfer

Funcția de transfer în buclă deschisă nu are poli în semiplanul complex drept, deci $P = 0$.

Parcurgem, de asemenea, locul de transfer în sensul crescător al pulsațiilor. Pentru a vedea cum trece locul de transfer în zona punctului critic vom da un *zoom* în acel loc. Detaliul este prezentat în Fig.23. sensurile de deplasare sunt marcate și pe detaliu. Ramura pentru frecvențele negative este cea de jos de această dată.

Pornind din origine, urmând locul de transfer din detaliul prezentat, continuând pe locul de transfer întreg, constatăm că vectorul cu originea în punctul critic se rotește de două ori în *sens orar*.

Pentru a înțelege mai exact, vom schița locul de transfer și punctul critic, așa cum este prezentat în Fig.24. Punctul critic este înconjurat de două ori, în *sens orar*, deci $N = 2$. Rezultă $Z = 2$, deci sistemul în buclă închisă are doi poli în semiplanul drept al planului complex, deci este instabil.

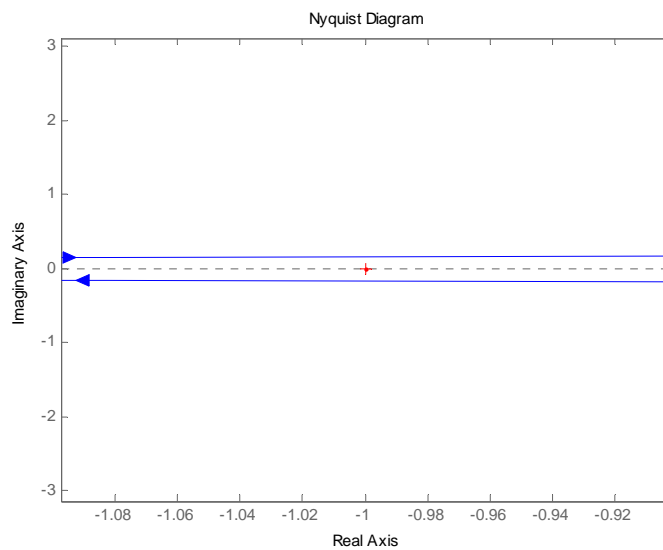


Fig.23. Detaliu în jurul punctului critic

Se poate confirma acest lucru prin calculul efectiv al polilor funcției de transfer în buclă închisă.

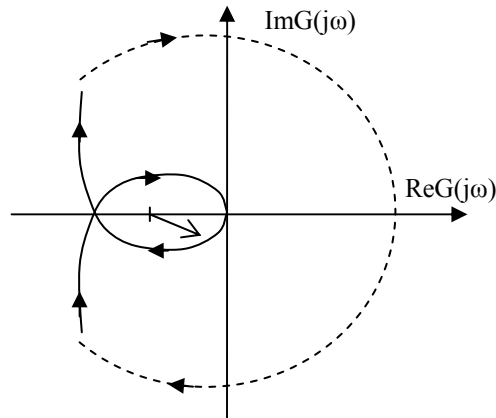


Fig.24. Schiță loc transfer

- Considerăm acum un sistem cu funcția de transfer în buclă deschisă instabilă:

$$G(s) = \frac{2(s+5)}{s(s-2)}$$

Avem un pol în semiplanul complex drept, deci $P = 1$. Se poate da:

$$G = tf(2*[1 \ 5], [1 \ -2 \ 0]);$$

nyquist (G)

Locul de transfer este prezentat în Fig.25. De această dată ramura de sus este pentru pulsații pozitive. Pentru a vedea dacă punctul critic este înconjurat sau nu, trebuie detaliată zona respectivă, Fig.26.

Locul de transfer, dacă se ține cont de detaliul obținut are aspectul prezentat în schiță în Fig.27.

Este important modul în care se deplasează punctul de pe semicercul cu linie punctată atunci când pulsațiile trec de la 0^- la 0^+ . În acest caz, pentru aceste valori ale pulsației, punctele corespunzătoare în planul $(\text{Re}G(j\omega), j \text{Im}G(j\omega))$ sunt $+j\infty$ și respectiv $-j\infty$.

Pentru semicercul de rază ε ce ocolește originea planului complex s , parte a conturului lui Nyquist modificat, de forma:

$$s = \varepsilon \exp(j\theta), \text{ cu } \varepsilon \ll 1, \theta \in [-90, +90] \text{ grade,}$$

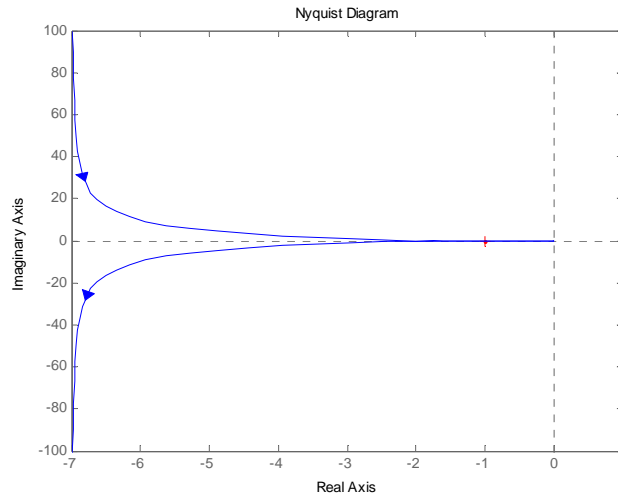


Fig.25. Locul de transfer

funcția de transfer în buclă deschisă poate fi aproximată prin:

$$G(s) = -\frac{5}{s} = -\frac{5}{\varepsilon \exp(j\theta)} = -\frac{5}{\varepsilon} \exp(-j\theta)$$

adică:

$$G(s) = -\frac{5}{\varepsilon} (\cos(\theta) - j \sin(\theta))$$

Cum ε este foarte mic, valoarea lui $G(s)$ pentru θ variind de la -90 la $+90$ grade este dată de valori cu parte reală negativă și foarte mare în modul, funcția cosinus având semnul $+$ în această zonă. Rezultă că semicercul care închide locul pentru pulsații cuprinse între 0^- și 0^+ este în stânga planului complex ($\text{Re}G(j\omega)$, $j \text{Im}G(j\omega)$) așa cum este prezentat în Fig.27.

Urmărind sensul săgeților în detaliul obținut și parcurgând locul de transfer în sensul crescător al frecvențelor constatăm că punctul critic este înconjurat o singură dată în sens *antiorar*, deci $N = -1$.

Rezultă $Z = N + P = 0$. Sistemul în buclă închisă nu are poli în semiplanul drept al planului complex, deci este stabil. Rezultă că acest sistem, instabil în buclă deschisă, este stabil în buclă închisă.

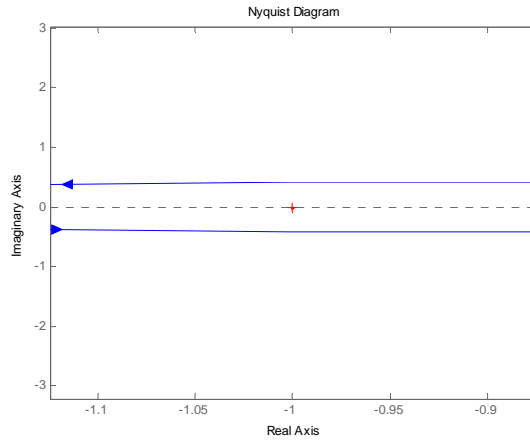


Fig.26. Detaliu în jurul punctului critic

Există situații în care locul de transfer înconjoară punctul critic atât în sens orar cât și antiorar. Se face diferența între cele două valori și se dă semnul sensului în care numărul de înconjurări este mai mare (+ pentru sens orar).

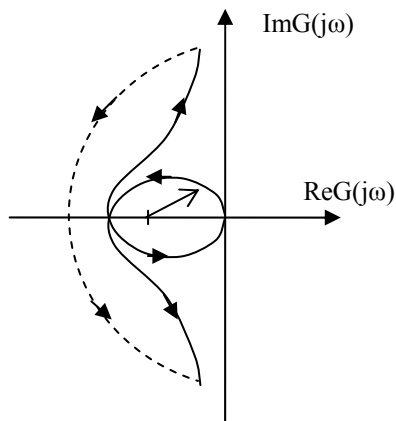


Fig.27. Schiță loc transfer

Și în această situație se poate arăta că polii funcției de transfer a sistemului închis sunt plasați în semiplanul stâng al planului complex, deci sistemul închis este stabil.

6. Conversia între diverse reprezentări ale unui sistem

În această categorie de probleme intră diversele forme de reprezentare ale unui sistem: prin funcția de transfer, de tipul zero-pol-factor de amplificare, în spațiul stărilor prin matricile A, B, C, D, etc.

Vom considera funcția de transfer dată prin:

$$G(s) = \frac{10(s+2)(s+5)}{s(s+1)(s+3)(s+10)}$$

Este evident că, în MATLAB, prima reprezentare la care ne gândim este de forma:

$$G = \text{zpk}([-2 -5], [0 -1 -3 -10], 10)$$

Forma sub care este preluată funcția de transfer de către MATLAB este:

zero/pole/gain:

$$\frac{10 (s+2) (s+5)}{s (s+1) (s+3) (s+10)}$$

Dacă dorim ca funcția de transfer să fie reprezentată, în mod natural, prin raportul a două polinoame, vom utiliza:

$$G = \text{tf}(G)$$

Funcția de transfer devine:

Transfer function:

$$\frac{10 s^2 + 70 s + 100}{s^3 + 14 s^2 + 43 s + 30}$$

Dacă dorim să avem reprezentarea în spațiul stărilor:

$$\text{num} = [10 \ 70 \ 100];$$

```
den = [1 14 43 30];  
[ A, B, C, D] = tf2ss (num, den)
```

Forma obținută este:

A =

```
-14   -43   -30  
  1     0     0  
  0     1     0
```

B =

```
  1  
  0  
  0
```

C =

```
 10    70    100
```

D =

```
  0
```

Pentru a reveni din spațiul stărilor la forma zero-pole-gain:

```
[z, p, k]=ss2zp (A, B, C, D)
```

Răspunsul obținut este următorul:

z =

```
-5.0000  
-2.0000
```

p =

```
-10.0000  
-3.0000  
-1.0000
```


k =

10.0000

Trecerea din nou la funcția de transfer:

$$[\text{num}, \text{den}] = \text{zp2tf}(z, p, k)$$

Se obține, după conversie:

num =

0 10.0000 70.0000 100.0000

den =

1.0000 14.0000 43.0000 30.0000

Funcția de transfer va fi $G = \text{tf}([\text{num}, \text{den}])$.

Putem trece direct de la zpk la spațiul stărilor prin:

$$[A, B, C, D] = \text{zp2ss}(z, p, k)$$

Se obține acum:

A =

-1.0000	0	0
1.0000	-13.0000	-5.4772
0	5.4772	0

B =

1
0
0

C =

10.0000	-60.0000	-36.5148
---------	----------	----------

$$D = 0$$

Aceasta este o altă reprezentare pentru sistem în spațiul stărilor. Putem verifica acest lucru prin:

$$[\text{num}, \text{den}] = \text{ss2tf}(A, B, C, D)$$

Răspunsul obținut este:

$$\text{num} = 0 \quad 10.0000 \quad 70.0000 \quad 100.0000$$

$$\text{den} = 1.0000 \quad 14.0000 \quad 43.0000 \quad 30.0000$$

Este evident că avem de a face cu același sistem.

O altă conversie poate fi de forma:

$$[z, p, k] = \text{tf2zp}(\text{num}, \text{den})$$

Răspunsul obținut este același cu cel obținut pentru *ss2zp*.

Este important de remarcat faptul că aceste conversii sunt valabile și pentru sisteme multivariabile, funcțiile de transfer devenind matrice de transfer. Se lucrează în mod asemănător numai că, în loc de vectori vom avea matrice (pentru *tf* și *zpk*). Pentru spațiul stărilor este evident că avem de a face cu matrice numai că matricile B, C și D nu vor mai fi simple linii sau coloane.

7. Caracteristicile Bode și locurile de transfer pentru sisteme MIMO

Dacă un sistem are mai multe intrări și mai multe ieșiri, pentru acesta abordarea va fi făcută direct în spațiul stărilor.

Vom considera un sistem definit prin ecuațiile:

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$Y = CX + DU$$

în care dimensiunile matricilor și ale vectorilor mărimilor care apar sunt:

A (n, n) = matricea de stare;

B (n, r) = matricea de control;

C (m, n) = matricea de ieșire;

D (m, r) = matrice de ieșire;

U (r,1) = vectorul mărimii de intrare (control);

X (n,1) = vectorul mărimilor de stare;

Y (m,1) = vectorul de ieșire.

Dacă pentru acest sistem se dă comanda:

`bode (A, B, C, D)`

atunci MATLAB-ul furnizează o serie de caracteristici Bode, câte una pentru fiecare mărime de intrare ce compune vectorul de control U.

În această situație se introduce un index suplimentar *iu* (cu valori cuprinse între 1 și r). Comanda *bode* se va da astfel:

`bode (A, B, C, D, iu)`

Această comandă va genera caracteristici Bode de la intrarea având indicele *iu* în vectorul mărimii de intrare către toate mărimile de ieșire din vectorul Y. Domeniul de frecvență pentru care se reprezintă aceste caracteristici este ales automat.

Dacă este necesară utilizarea locului de transfer, trebuie reținut că simpla comandă:

`nyquist (A, B, C, D)`

va genera o serie de locuri de transfer, câte unul pentru fiecare combinație obținută între componentele vectorilor de intrare și ieșire.

Dacă se dă comanda:

nyquist (A, B, C, D, *iu*)

atunci sistemul va furniza locurile de transfer (Nyquist plots) între intrarea cu indicele *iu* și toate ieșirile ce compun vectorul Y, semnificația lui *iu* fiind aceeași ca la caracteristicile Bode.

Vom considera următorul exemplu:

$A = [0 \ 1; -25 \ -9];$

$B = [1 \ 1; 0 \ 1];$

$C = [1 \ 0; 0 \ 1];$

$D = [0 \ 0; 0 \ 0];$

bode (A, B, C, D)

Răspunsul la această comandă este de forma din Fig.28:

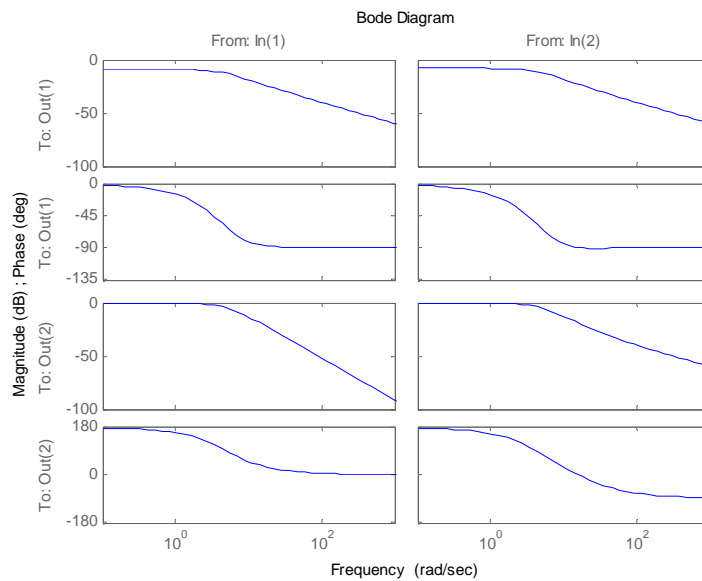


Fig.28. Caracteristicile Bode

Dacă dorim trasarea caracteristicilor Bode pentru sistemul având intrarea $iu = 2$, comanda va fi:

`bode (A, B, C, D, 2)`

iar răspunsul va fi cel din Fig.29. Se observă că este reprezentat doar pachetul de caracteristici corespunzător coloanei din dreapta din Fig.20, adică intrării având indicele $iu = 2$.

Dacă se dă comanda:

`nyquist (A, B, C, D)`

atunci vom obține rezultatul din Fig.30. Dacă se specifică intarea pentru care se trasează locurile de transfer atunci, pentru $iu = 2$ vom avea:

`nyquist (A, B, C, D, 2)`

iar răspunsul este prezentat în Fig.31. Și în această situație s-au reprezentat doar locurile de transfer corespunzătoare intrării cu indicele $iu = 2$.

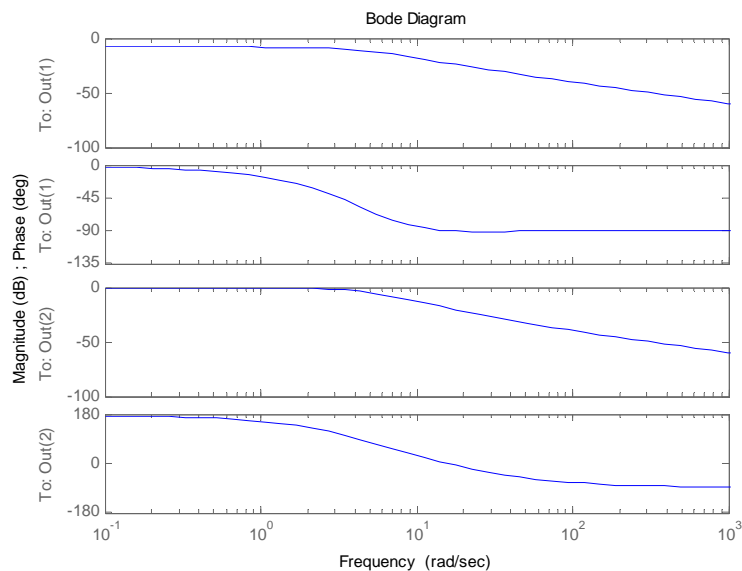


Fig.29. Caracteristicile Bode pentru $iu=2$

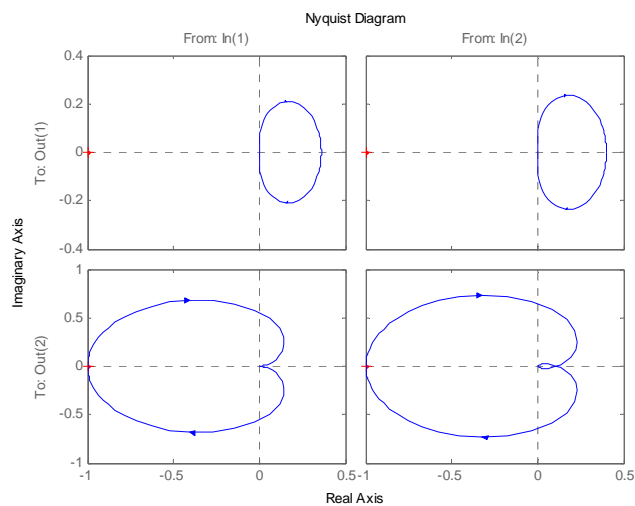


Fig.30. Locurile de transfer

Se observă că graficul din Fig.31 este de fapt partea din dreapta a graficului din Fig.30.

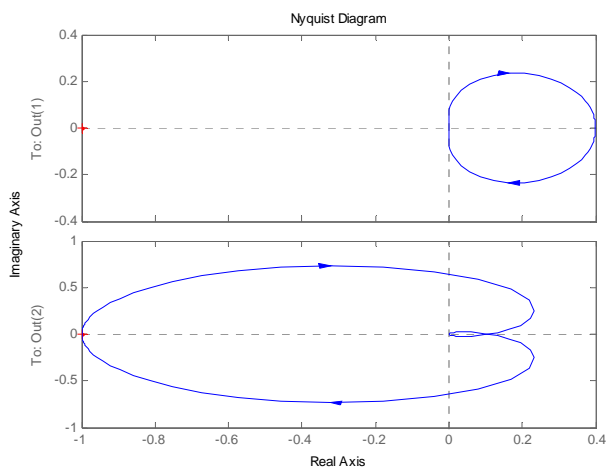


Fig.31. Locurile de transfer pentru $iu=2$

Pe baza acestor caracteristici se pot trage concluzii cu privire la toate elementele descrise în cadrul paragrafului referitor la Bode sau Nyquist.