

LUCRAREA 3

STUDIUL ELEMENTELOR DE CORECȚIE CU AVANS ȘI ÎNTÂRZIERE DE FAZĂ

Considerații generale

Corecția sau compensarea unui sistem automat are ca scop îmbunătățirea performanțelor statice și dinamice ale acestuia, atunci când, în urma unor analize sau determinări experimentale rezultă că acestea sunt necorespunzătoare. Ea reprezintă una din metodele cele mai indicate de sinteză a unui sistem automat și presupune testarea unor procedee și elemente de corecție, ca o etapă strâns legată de analiza performanțelor sistemului.

După efectuarea corecției, urmează în mod obligatoriu etapa de analiză a sistemului corectat. Dacă performanțele obținute nu sunt corespunzătoare se face o nouă corecție, urmată de o nouă analiză, ș.a.m.d., până la găsirea unor soluții corespunzătoare.

În vederea scurtării acestui șir de operații succesive, o importanță deosebită o are aplicarea corectă a principiilor generale ale corecției și experiența proiectantului.

Corecția se poate face prin:

- modificarea parametrilor, cel mai adesea a factorului de amplificarea a căii directe a sistemului;
- modificarea structurii sistemului, prin introducerea unui element de corecție.

La calculul corecției sistemelor automate se dovedesc utile metodele frecvențiale. Este important de știut că prin modificarea caracteristicilor de frecvență ale sistemului la frecvențe joase se obține o modificare a comportării sistemului în regim permanent iar prin modificarea acestora la frecvențe înalte se obține o modificare a comportării sistemului pe durata regimului tranzitoriu.

Elementele de corecție pasive determină o scădere a amplificării și acest lucru trebuie compensat prin creșterea corespunzătoare a factorului de amplificare a căii directe a sistemului.

Din punctul de vedere al poziției elementelor de corecție în structura sistemului automat, acestea trebuie plasate cât mai aproape de începutul legăturii directe, deoarece, în acest caz, ele sunt străbătute de semnale de mică putere și construcția lor este mai ieftină.

În raport cu celelalte elemente ale sistemului, elementele de corecție se pot plasa în serie, paralel sau pe legături de reacție. Teoretic, cele trei tipuri de corecție sunt echivalente deoarece, prin transformări structurale corespunzătoare, pot fi aduse la aceeași formă.

Obiectivele și metodele de corecție

Neexistând reguli generale, utilizarea corecției urmărește:

- stabilizarea unui sistem instabil, pentru toate valorile uzuale ale factorului de amplificare;
- îmbunătățirea regimului staționar;
- îmbunătățirea comportării sistemului în regim tranzitoriu;
- realizarea unui compromis satisfăcător între performanțele de regim tranzitoriu și cele de regim staționar.

În ceea ce privește regimul staționar, metodele de corecție constau în creșterea factorului de amplificare și în creșterea gradului de astatism. Ca urmare, are loc micșorarea erorii staționare, respectiv a unor erori de ordin superior. Este posibil ca prin aceste metode să fie afectată stabilitatea sistemului, situație în care sunt necesare și corecții ale regimului tranzitoriu.

În privința regimului tranzitoriu, două comportări pot fi considerate necorespunzătoare, și anume:

- regim tranzitoriu prea lent în care, din cauza amortizării excesive, răspusul sistemului este aperiodic, cu durată de stabilire mare. Corecția acestei comportări nu ridică probleme deosebite și se face prin creșterea factorului de amplificare a căii directe a sistemului;
- regim tranzitoriu slab amortizat, cu oscilații care se sting greu. Corecția unui astfel de regim presupune îmbunătățirea gradului de stabilitate a sistemului și nu se efectuează prin micșorarea factorului de amplificare deoarece ar fi afectată comportarea în regim staționar.

Există trei variante de elemente de corecție care pot fi utilizate și anume: elemente de corecție cu avans de fază, cu întârziere de fază și cu avans-întârziere de fază.

1. Element de corecție cu avans de fază

Schema unui element de corecție cu avans de fază este prezentată în Fig.1.

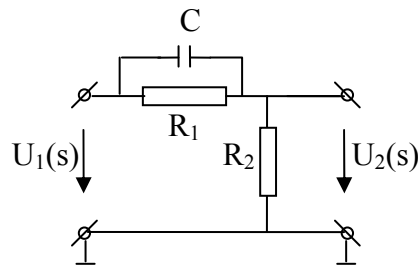


Fig.1. Element de corecție cu avans de fază

Funcția de transfer a elementului de corecție este:

$$H_{\alpha}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} \quad (1)$$

Dar, putem scrie că:

$$U_2(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} U_1(s) \quad (2)$$

cu impedanțele:

$$Z_1(s) = \frac{R_1}{1 + R_1 C s} \quad Z_2(s) = R_2 \quad (3)$$

Înlocuind în relația (2) expresiile impedanțelor date de relația (3), obținem:

$$H_{\alpha}(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + R_1 C s}{1 + \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 C s} \quad (4)$$

Dacă se notează:

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1, \quad T_{\alpha} = R_1 C \text{ [s]} \quad (5)$$

relația (4) devine :

$$H_{\alpha}(s) = \alpha \frac{1 + T_{\alpha}s}{1 + \alpha T_{\alpha}s} \quad (6)$$

Această expresie reprezintă funcția de transfer a elementului de corecție cu avans de fază, unde T este costanta de timp iar α este factorul de avans de fază. Se constată că, la frecvențe joase, acest element introduce o atenuare a semnalului deoarece $\alpha < 1$. De aceea, acest element se asociază cu un factor de amplificarea capabil să compenseze atenuarea introdusă de α .

Din răspunsul la frecvență al elementului :

$$H_{\alpha}(j\omega) = \alpha \frac{1 + j\omega T_{\alpha}}{1 + j\alpha\omega T_{\alpha}} \quad (7)$$

rezultă expresiile caracteristicilor de frecvență:

$$|H_{\alpha}(j\omega)| = \alpha \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_{\alpha}^2}{1 + \alpha^2 \omega^2 T_{\alpha}^2}} \quad (8)$$

$$|H_{\alpha}(j\omega)|_{dB} = 20 \lg \alpha + 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_{\alpha}^2} - 20 \lg \sqrt{1 + \alpha^2 \omega^2 T_{\alpha}^2}$$

și respectiv

$$\varphi_{\alpha}(\omega) = \arctg(\omega T_{\alpha}) - \arctg(\alpha \omega T_{\alpha}) \quad (9)$$

Relația (8) reprezintă caracteristica amplitudine-pulsatie iar relația (9) reprezintă caracteristica fază-pulsatie. Cele doua caracteristici au aspectul din Fig.2.

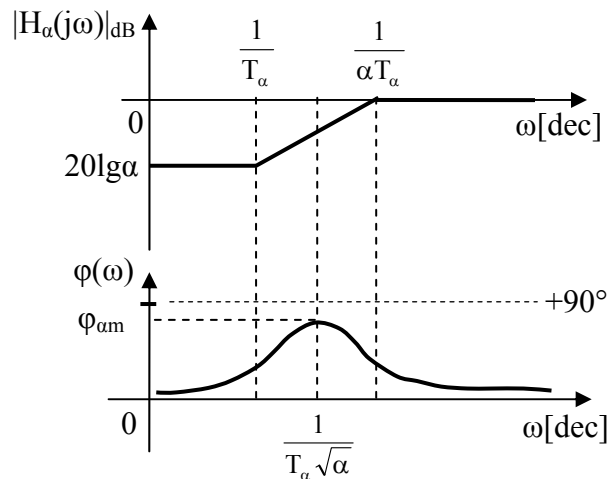


Fig.2. Diagrama Bode a elementului cu avans de fază

Deoarece $\alpha < 1$, caracteristica fază-pulsație prezintă valori pozitive ale defazajului, ceea ce evidențiază caracterul de element cu avans de fază. Se poate aprecia că un corector cu avans de fază are o comportare de element PD1 (filtru trece sus), cu atenuarea pronunțată a semnalelor de joasă frecvență. Utilizarea unui element de corecție cu avans de fază determină creșterea rapidității sistemului și a vitezei de răspuns. Rezultă o îmbunătățire a stabilității sistemului însoțită de o înrăutățire a comportării lui în regim staționar. Aceste aprecieri rezultă din trasarea locului de transfer al sistemului necorectat, respectiv corectat.

2. Element de corecție cu întârziere de fază

Schema unui element de corecție cu întârziere de fază este prezentată în Fig.3.

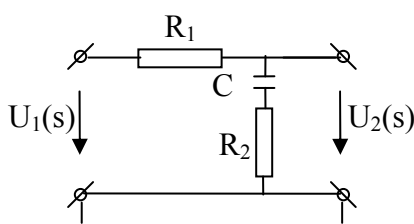


Fig.3. Element de corecție cu întârziere de fază

Funcția de transfer a elementului de corecție este:

$$H_{\beta}(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} \quad (10)$$

Dar, putem scrie că:

$$U_2(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} U_1(s) \quad (11)$$

cu impedanțele:

$$Z_1(s) = R_1 \quad Z_2(s) = R_2 + \frac{1}{sC} \quad (12)$$

Înlocuind în relația (11) expresiile impedanțelor date de relația (12), obținem:

$$U_2(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} U_1(s) = \frac{\frac{1 + sCR_2}{sC}}{R_1 + \frac{1 + sCR_2}{sC}} U_1(s) \quad (13)$$

Rezultă funcția de transfer a corectorului:

$$H_\beta(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1 + sR_2C}{1 + s \frac{R_1 + R_2}{R_2} R_2C} \quad (14)$$

Dacă se notează:

$$\beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1 \quad (15)$$

$$T_\beta = R_2C \text{ [s]}$$

relația (14) devine :

$$H_\beta(s) = \frac{1 + T_\beta s}{1 + \beta T_\beta s} \quad (16)$$

Această expresie reprezintă funcția de transfer a elementului de corecție cu întârziere de fază, unde T_β este costanta de timp iar β este factorul de întârziere de fază.

Din răspunsul la frecvență al elementului :

$$H_\beta(j\omega) = \frac{1 + j\omega T_\beta}{1 + j\beta\omega T_\beta} \quad (17)$$

rezultă expresiile caracteristicilor de frecvență:

$$|H_\beta(j\omega)| = \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_\beta^2}{1 + \beta^2 \omega^2 T_\beta^2}} \quad (18)$$

$$|H_\beta(j\omega)|_{dB} = 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_\beta^2} - 20 \lg \sqrt{1 + \beta^2 \omega^2 T_\beta^2}$$

și respectiv

$$\varphi_\beta(\omega) = \arctg(\omega T_\beta) - \arctg(\beta \omega T_\beta) \quad (19)$$

Relația (18) reprezintă caracteristica amplitudine-pulsație iar relația (19) reprezintă caracteristica fază-pulsație. Cele două caracteristici au aspectul din Fig.4.

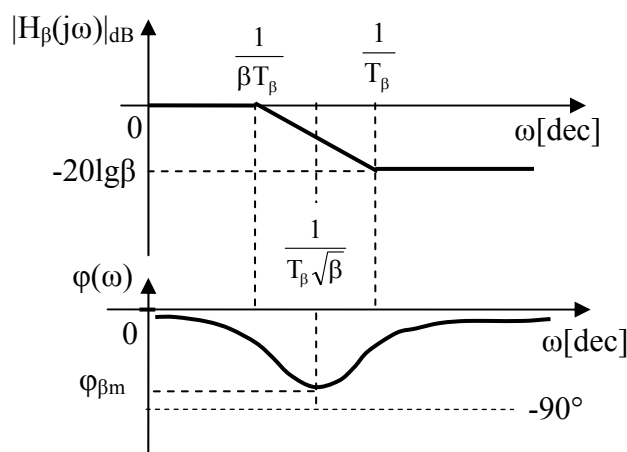


Fig.4. Diagrama Bode a elementului cu întârziere de fază

Deoarece $\beta > 1$, caracteristica fază-pulsatie prezintă valori negative ale defazajului, ceea ce evidențiază caracterul de element cu întârziere de fază.

Se poate aprecia că un corector cu întârziere de fază are o comportare de element PI_1 (filtru trece jos), cu atenuarea pronunțată a semnalelor de frecvență ridicată. Utilizarea unui element de corecție cu întârziere de fază determină scăderea rapidității sistemului, și deci a vitezei de răspuns. Rezultă o înrăutățire a stabilității sistemului însoțită de o îmbunătățire a comportării lui în regim staționar. Aceste aprecieri rezultă din trasarea locului de transfer al sistemului necorectat, respectiv corectat.

Rezultate experimentale

Se considera circuitele din Fig.1 și Fig.3 corespunzătoare corectoarelor cu avans și întârziere de fază. Valorile componentelor utilizate sunt următoarele:

$$R_1 = 10 \text{ K}\Omega, R_2 = 510 \Omega, C = 0.22 \mu\text{F}$$

Pentru aceste elemente de corecție se va studia răspunsul la frecvență și se vor trasa experimental caracteristicile Bode prezentate teretic în Fig.2 și Fig.4.

Pentru aceasta se va realiza montajul experimental din Fig.5.

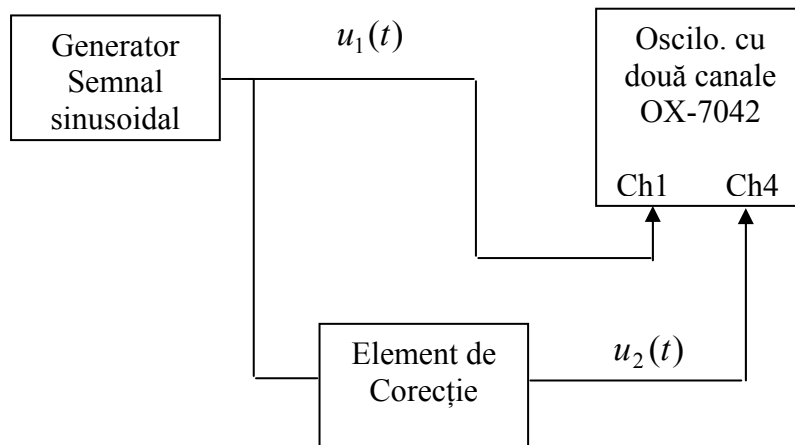


Fig.5. Montaj experimental

Semnalul de intrare va fi de forma:

$$u_1(t) = 6 \sin \omega t \quad (20)$$

deci amplitudinea acestuia va fi $U_1 = 6[V]$.

Generatorul de semnal sinusoidal permite generarea de semnale având frecvențe f cuprinse între 20 Hz și 20 KHz.

Pulsăția corespunzătoare va fi $\omega = 2\pi f$. Pentru trasarea corectă a caracteristicilor Bode, pe axa pulsațiilor se vor considera decade, deci vom folosi valorile date de logaritmul zecimal al pulsațiilor semnalului de excitație.

Semnalul de ieșire din elementul de corecție va avea expresia:

$$u_2(t) = U_2 \sin(\omega t + \varphi) \quad (21)$$

în care vom avea $\varphi > 0$ pentru elementul de corecție cu avans de fază și $\varphi < 0$ pentru elementul cu întârziere de fază.

Pe ecranul osciloscopului vor apărea simultan atât semnalul de intrare cât și semnalul de ieșire, ca în Fig.6.

Amplitudinea semnalului de ieșire se măsoară direct de pe osciloscop ținând cont de sensibilitatea canalului respectiv. Pentru măsurarea corectă a defazajului este necesar ca, în permanență, să fie satisfăcute următoarele reguli:

- Pentru măsurarea amplitudinii celor două semnale se poate considera că pe ecran avem două-trei sinusoide complete ale celor două semnale, axate corect pe zero. Deplasarea traselor pe ecran se poate face prin selectarea canalului și apoi apăsarea săgeții corespunzătoare sensului dorit de deplasare a trasei respective.
- Se va verifica în permanență ca semnalul de intrare să aibă amplitudinea specificată în lucrare. Dacă apare o diferență la variația frecvenței semnalului de excitație se va readuce această amplitudine la valoarea specificată (de la generatorul de semnal).

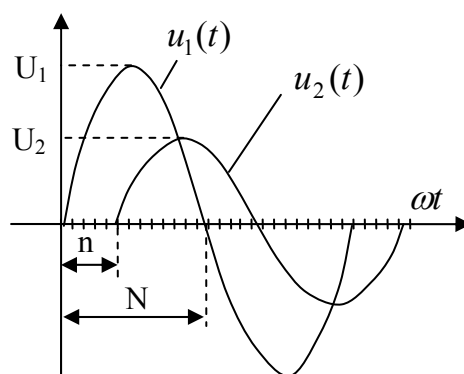


Fig.6. Semnalele de intrare și ieșire

- Pe ecranul osciloscopului vor fi prezente cel puțin câte o jumătate de sinusoidă a semnalului de intrare și a celui de ieșire, sensibilitatea fiind astfel aleasă pe canale încât cele două sinusoide să aibă pe ecran o imagine asemănătoare cu cea prezentată în Fig.6. (mai exact, la următorul nivel de sensibilitate pe canal sinusoida să depășească spațiul pe verticală).

• Semnalele vor fi corect centrate pe ecran. Astfel, defazajul între cele două semnale va putea fi măsurat prin numărarea diviziunilor corespunzătoare unei semialternanțe a semnalului de intrare (corespunzător la 180 grade) și a diviziunilor dintre cele două semnale între două treceri prin zero, în același sens de variație, a celor două semnale.

Valoarea defazajului se va calcula utilizând regula de trei simplă, după o relație de forma:

$$\varphi = \frac{n}{N} 180 \text{ [grade]} \quad (22)$$

Pentru fiecare element de corecție studiat, rezultatele obținute se trec într-un tabel de forma:

Tabelul 1

Frecvența (Hz)	$\omega=2\pi f$ (rad/s)	U_1 (V)	U_2 (V)	$20\lg(U_2/U_1)$ (dB)	φ (grade)
20 Hz	125,6	6			
...		6			

Frecvențele considerate pentru semnalul de excitație sunt: 20 Hz, 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz, 200 Hz, 250 Hz, 300 Hz, 330 Hz, 360 Hz, 400 Hz, 450 Hz, 500 Hz, 1 KHz, 5 KHz, 10 KHz, 15 KHz, 20 KHz (pentru completarea datelor din tabel).

Pentru trasarea caracteristicilor Bode trebuie calculate valorile $\lg(\omega)$ pentru toate pulsațiile din tabel după care se plasează pe axă (abscisă). Se vor reprezenta atât caracteristica amplitudine-pulsație cât și caracteristica fază-pulsație pentru fiecare din cele două circuite de corecție studiate.

Deoarece $\omega = 2\pi f$, rezultă $\lg \omega = \lg(2\pi f) = \lg(2\pi) + \lg f$, deci $\lg \omega = 0.7979 + \lg f \cong 0.8 + \lg f$

Exemplu de poziționare a unor frecvențe din tabel pe o scală logaritmică este dat în Fig.7.

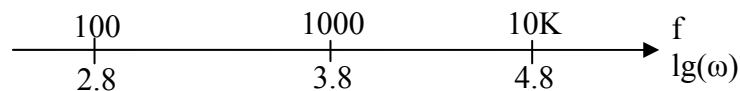


Fig.7. Scala logaritmică pentru pulsații

Același set de caracteristici Bode se poate obține, pentru elementele de corecție studiate, folosind mediul de programare MATLAB.

Pentru elementele de circuit considerate poate fi determinată funcția de transfer pentru elementul de corecție cu avans de fază așa cum este descris în programul L3_avans.m. De asemenea sunt determinate și reprezentate grafic caracteristicile amplitudine-pulsatie și fază pulsatie care pot fi comparate cu cele construite experimental.

Pentru elementul cu întârziere de fază programul este lăsat a fi construit de către studenți.

```
### L3_avans.m ###
```

```
% Caracteristici amplitudine-pulsatie si
% faza-pulsatie determinate pe baza elementelor
% de circuit pentru corectorul cu avans de faza

clear;
clf;
s=TF('s');
R1=10000;
R2=510;
C=0.22e-6;
T=R1*C;
alfa=R2/(R1+R2);
f=20:0.5:20000;
w=2*pi*f;
H=alfa*sqrt(1+w.^2*T^2)/sqrt(1+alfa^2*w.^2*T^2);
HdB=20*log10(alfa)+20*log10(sqrt(1+w.^2*T^2))-
20*log10(sqrt(1+alfa^2*w.^2*T^2));
fi=(atan(w*T)-atan(alfa*w*T))*180/pi;
HH=alfa*(1+T*s)/(1+alfa*T*s);
% Reprezentarea grafica a caracteristicilor:
subplot(2,1,1),plot(log10(w),HdB)
grid
xlabel('lg \omega');
ylabel('HdB');
subplot(2,1,2),plot(log10(w),fi)
grid
xlabel('lg \omega');
ylabel('\phi');
pause
% Caracteristici Bode:
clf
bode(HH,w)
```

Răspunsul este dat în Fig.8.

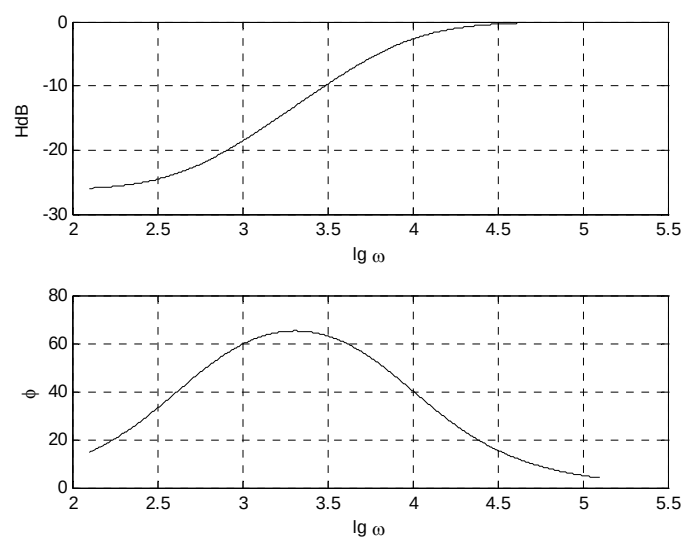


Fig.8. Răspunsul la programul L3_avans.m

Pentru aceleași elemente de circuit, pot fi trasate direct caracteristicile Bode pe baza ultimei linii din program, rezultatul fiind prezentat în Fig.9.

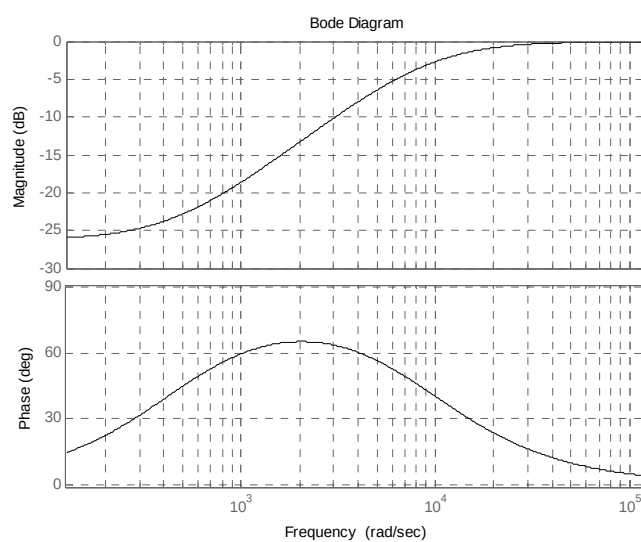


Fig.9. Caracteristicile Bode

Desfășurarea lucrării

- Se realizează montajul experimental din Fig.5, atât pentru elementul cu avans cât și cu întârziere de fază. Pentru valorile precizate ale frecvenței semnalului de excitație se completează Tabelul 1 pentru fiecare element.
- Se trasează, pe baza datelor experimentale obținute, caracteristicile Bode pentru fiecare dintre elementele studiate.
- Se compară datele obținute cu cele obținute prin simulare în MATLAB și se formulează concluzii cu privire la rezultatele obținute.
- Pe baza structurilor prezentate în Fig.1 și Fig.3 se vor analiza caracterul de filtru trece-sus sau trece jos pentru fiecare din cele două elemente, prin utilizarea impedanțelor complexe.