

LUCRAREA 4

UTILIZAREA CORECTORULUI CU AVANS DE FAZĂ PENTRU CONTROLUL UNUI SISTEM INSTABIL

Un corector cu avans de fază poate fi utilizat pe calea directă a unui sistem în vederea îmbunătățirii comportării acestuia dacă sistemul este stabil dar nu are performanțe corespunzătoare sau chiar pentru stabilizarea acestuia și obținerea unor performanțe impuse dacă sistemul în buclă închisă este instabil.

Acest tip de corector are o structură clasică, având funcția de transfer de forma:

$$C(s) = \alpha \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}, \quad (\alpha < 1) \quad (1)$$

În această funcție de transfer am utilizat o notatie mai simplă pentru constanta de timp și anume T în loc de T_α . Tot pentru simplificarea notațiilor, funcția de transfer a corectorului este notată $C(s)$.

Dacă funcția de transfer se dorește a fi scrisă pentru punerea în evidență a pulsațiilor de frângere $\omega_1 = 1/T$ și $\omega_2 = 1/(\alpha T)$, atunci aceasta poate fi pusă sub forma:

$$C(s) = \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} = \frac{s + \omega_1}{s + \omega_2} \quad (2)$$

Pentru $s = j\omega$ (răspunsul la frecvență) rezultă:

$$C(s) = \alpha \frac{1 + jT\omega}{1 + j\alpha T\omega}. \quad (3)$$

Caracteristica atenuare –frecvență este de forma:

$$C_{dB}(\omega) = 20\lg C(\omega) = 20\lg \alpha + 20\lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} - 20\lg \sqrt{1 + \alpha^2 \omega^2 T^2} \quad (4)$$

Pentru $\alpha < 1$, acest corector introduce o atenuare la frecvențe joase de valoare $20\lg \alpha$ (< 0) [dB]. Frecvențele înalte nu sunt atenuate de către acest tip de corector, așa cum prezintă caracteristicile Bode din Fig.1.

Dacă se dorește ca frecvențele joase să nu fie atenuate dar, în schimb, să fie amplificate frecvențele înalte, fapt care va duce la creșterea benzii de trecere ω_B atunci se alege corectorul de forma:

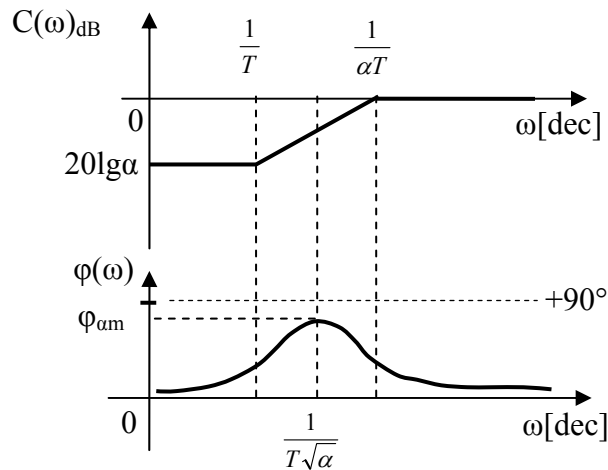


Fig.1. Caracteristicile Bode ale corectorului cu avans de fază

$$C(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} = \frac{1}{\alpha} \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} = \frac{1}{\alpha} \frac{s + \omega_1}{s + \omega_2}, \quad (\alpha < 1) \quad (5)$$

În această situație atenuarea la frecvențe joase este zero iar frecvențele înalte sunt amplificate (atenuarea calculată este $20\lg(1/\alpha)$, pozitivă).

Caracteristicile Bode în această situație sunt asemănătoare cu cele din Fig.1, cu precizarea faptului ca noua caracteristica amplitudine-pulsație se obține prin ridicarea caracteristicii inițiale cu $-20\lg(\alpha) > 0$.

Dacă se dorește și o amplificare la frecvențe joase, față de structura prezentată în relația (5) este necesară introducerea unui factor de amplificare suplimentar, $k > 1$.

Se poate constata că la introducerea unui factor de amplificare suplimentar caracteristica fază-pulsație rămâne nemodificată. Pentru a înțelege modul în care un corector cu avans de fază intervine pentru stabilizarea și atingerea anumitor performanțe de către un sistem închis instabil vom considera următorul exemplu.

Exemplu de utilizare a corectorului cu avans de fază

Considerăm un sistem având funcția de transfer a părții fixate de forma:

$$G(s) = \frac{200}{s(1 + 0.2s)(1 + 0.025s)} \quad (6)$$

Sistemul considerat este de ordinul 3, tip 1 (are un pol în origine).

Mai considerăm că această parte fixată este introdusă într-o buclă de reglare cu reacție negativă unitară de forma dată în Fig.2.

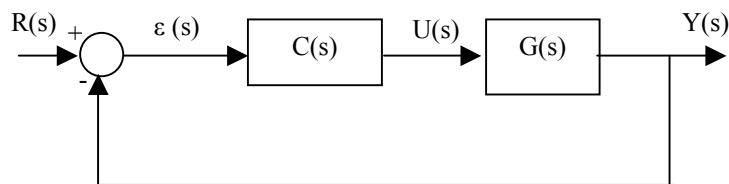


Fig.2. Sistemul de reglare în buclă închisă

Se pune problema determinării unui corector cu avans de fază, cu și fără atenuarea frecvențelor joase, care să realizeze o margine de fază de minim 50 grade și o margine de amplificare de minim 6 dB.

1. Corector cu avans de fază cu atenuarea frecvențelor joase

Pentru a vedea care este starea inițială a sistemului închis, fără prezența corectorului, se utilizează mediul de programare MATLAB. Pentru rezolvarea acestei probleme este realizat în MATLAB un program ale cărui rezultate vor fi prezentate în cele ce urmează.

Mai întâi este necesară precizarea părții fixate a sistemului.

Se introduce deci funcția de transfer a părții fixate:

$$s = tf('s');$$

$$G = 200/(1+0.2*s)/(1+0.025*s)/s;$$

Se trasează caracteristicile Bode și se analizează marginile de fază și de amplificare:

`bode (G)`

Din analiza caracteristicilor bode putem deduce dacă sistemul considerat este stabil sau nu. Aceste caracteristici sunt prezentate în Fig.3.

Se constată că sistemul este instabil, având o margine de fază $m_F \cong -25^\circ$ pentru $\omega_1 \approx 28.3 \text{ rad/s}$ și o margine de amplificare $m_A \cong -13\text{dB}$ pentru $\omega_\pi \approx 14.1 \text{ rad/s}$.

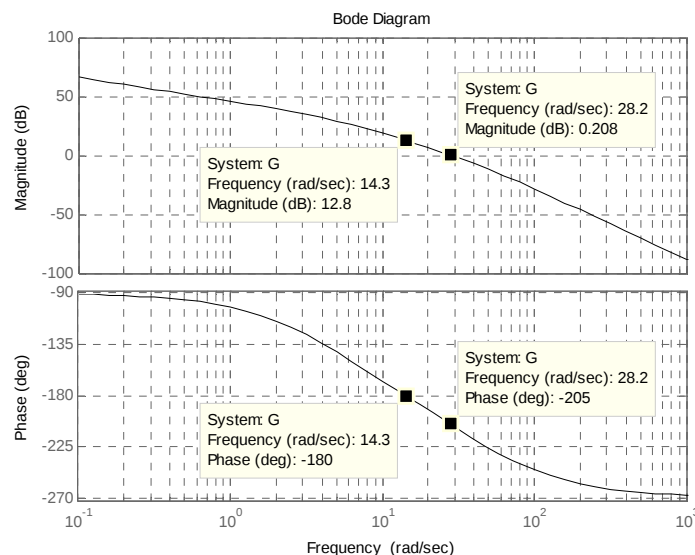


Fig.3. Caracteristicile Bode pentru sistemul deschis

La același rezultat se poate ajunge cu o comandă mult mai simplă, care nu mai presupune căutarea valorilor pentru marginea de fază și de amplificare dacă se utilizează:

$\text{margin}(G)$

Fiecare comandă ce produce un grafic este urmată de „pause” pentru a permite vizualizarea acestuia. Rezultatul pentru comanda anterioară este prezentat în Fig.4. Comparând rezultatele afișate în partea superioară pentru Gm și Pm se constată că există mici diferențe față de cele determinate din Fig.4 în care nu a existat posibilitatea de a ne fixa, de exemplu, exact în punctul de 0 dB pe caracteristica amplitudine-pulsatie.

Analiza stabilității sistemului s-a făcut prin utilizarea caracteristicilor Bode trasate pentru sistemul deschis. Se închide mai întâi bucla fără corector prin comanda:

$G_{cl} = \text{feedback}(G,1);$

și se trasează răspunsul indicial utilizând comanda:

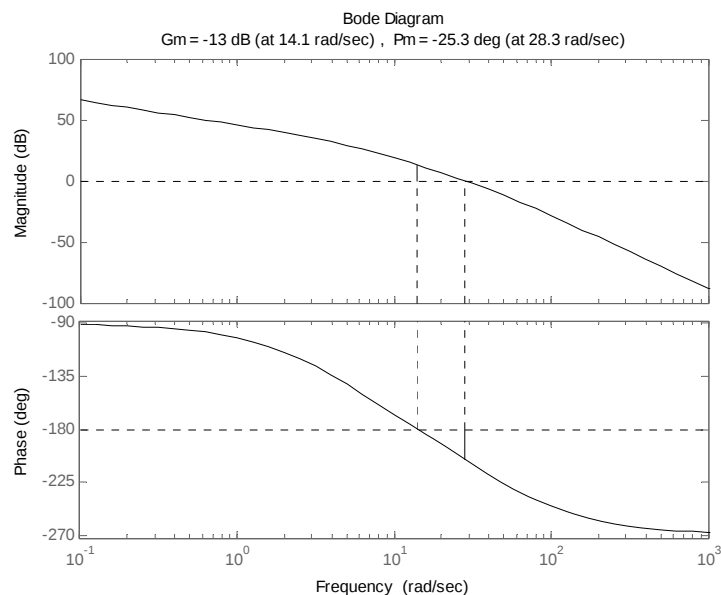


Fig.4. Caracteristicile Bode pentru sistemul deschis, cu evidențiere marginilor de fază și amplificare

step (G_cl,1)
pause

Răspunsul indicial obținut este prezentat în Fig.5.

Valoarea maximă a fazei ce poate fi compensată cu acest compensator depinde de valoarea α și are expresia dată de:

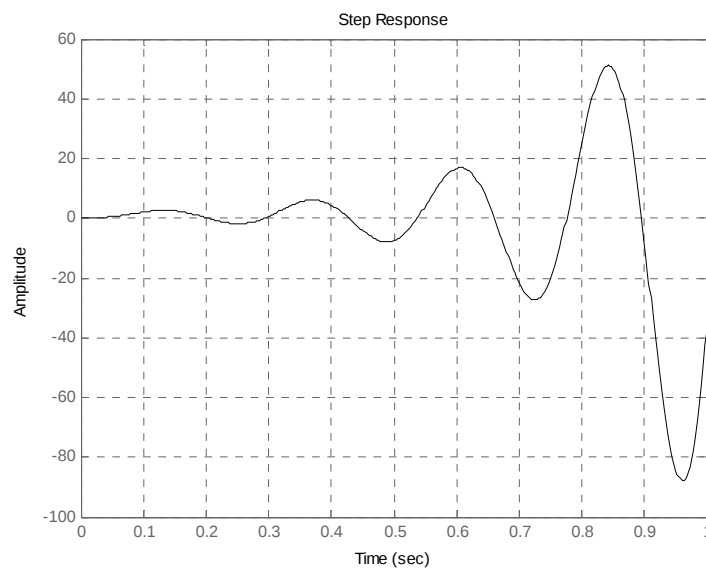


Fig.5. Răspunsul indicial al sistemului închis, necorectat

$$\sin \varphi_m = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (7)$$

Rezultă, impunând o anumită valoare pentru φ_m constanta α :

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} \quad (8)$$

Pentru cele mai uzuale valori ale lui φ_m , dependența de α este dată în Tabelul 1:

Tabelul 1

$\varphi_m(\text{grade})$	35	40	45	50	55	60
α	0.2710	0.2174	0.1716	0.1325	0.0994	0.0718

Proiectarea corectorului poate fi făcută în mai multe moduri, în funcție de performanțele impuse:

- Cu atenuarea frecvențelor joase cu valoarea $20\lg\alpha$;
- Cu atenuarea frecvențelor joase cu o valoare diferită de $20\lg\alpha$;
- Fără atenuarea frecvențelor joase;
- Cu amplificarea frecvențelor joase.

Vom alege a doua situație, putând fi abordată, la fel de simplu, oricare altă variantă.

În această situație, compensatorul este de forma dată în relația (5).

Pentru $m_{Fimp} = 50^\circ$, rezultă din Tabelul 1 valoarea $\alpha = 0.1325$. Această nouă valoare a marginii de fază se va impune ca fiind noua margine de fază a sistemului corectat, corespunzătoare pulsației $\omega_\pi \approx 14.1 \text{ rad/s}$ pentru care faza este chiar -180 [grade].

Pentru această valoare a pulsației, valoarea atenuării este chiar $-m_A \cong +13\text{dB}$.

Corectorul se va dimensiona astfel încât să introducă o atenuare egală cu $\frac{1}{2} 20\lg\alpha \cong -8.75\text{dB}$ chiar în această pulsație.

Rezultă că, prin introducerea unei amplificări suplimentare (subunitare) vom coborî caracteristica $G_{dB}(\omega)$ astfel încât să treacă prin punctul A (14 rad/s, 8.75 dB).

Valoarea cu care trebuie coborâtă caracteristica sistemului necompensat este de $13-8.75 = 4.25 \text{ dB}$.

Valoarea factorului de amplificare suplimentar se obține din relația:

$$20\lg k = -4.25 \text{ dB} \quad (9)$$

Rezultă:

$$k = 10^{(-4.25/20)} = 0.6131 \quad (10)$$

În această situație, caracteristicile Bode ale sistemului $kG(s)$ trec prin punctul A menționat.

Dacă aceste caracteristici Bode se vor aduna cu ale compensatorului cu avans de fază va rezulta că pentru pulsația $\omega_\pi \approx 14.1 \text{ rad/s}$ sistemul $kC(s)G(s)$ va avea atenuarea zero și faza aproximativ φ_m .

Pentru acest compensator pulsațiile de frângere $1/T$ și $1/\alpha T$ pot fi deduse imediat astfel:

- Se știe că între cele două pulsații de frângere ale corectorului, panta caracteristicii atenuare-frecvență este de +20 dB/dec.
- Se scrie ecuația dreptei care trece prin punctul B(14.1 rad/s, - 8.75 dB), simetricul punctului A față de axa pulsațiilor și care are o pantă de + 20dB/dec.

Această ecuație este de forma:

$$y - y_B = 20(\lg x - \lg x_B) \quad (11)$$

deoarece pulsația este reprezentată în scală logaritmică.

Rezultă ecuația:

$$y - (-8.75) = 20(\lg x - \lg 14.1) = 20 \lg \frac{x}{14.1} \quad (12)$$

Intersectând această dreaptă cu liniile de 0 dB și de $20 \lg \alpha = -17.5 \text{ dB}$, se obțin direct pulsațiile de frângere ale corectorului:

- Pentru $y = 0 \text{ dB}$, rezultă:

$$x = 14.1 \cdot 10^{(8.75/20)} = 38.6117 \text{ rad/s} \quad (13)$$

- Pentru $y = -17.5 \text{ dB}$, rezultă

$$x = 14.1 \cdot 10^{(-8.75/20)} = 5.1489 \text{ rad/s}. \quad (14)$$

Aceste două valori sunt chiar pulsațiile de frângere ale corectorului.

Funcția de transfer a corectorului este deci:

$$C(s) = \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} = \frac{s + \omega_1}{s + \omega_2} = \frac{s + 5.1489}{s + 38.6117} \quad (15)$$

Rezultă că funcția de transfer a sistemului deschis, corectat este:

$$G_c(s) = C(s)kG(s) = 0.6131 \frac{s + 5.1489}{s + 38.6117} \frac{200}{s(1 + 0.2s)(1 + 0.025s)} \quad (16)$$

unde $G_c(s)$ este funcția de transfer a căii directe a sistemului corectat.

Pentru a studia influența corectorului la nivelul caracteristicilor Bode, se reprezintă toate cele trei caracteristici (sistem necompensat, compensator, sistem compensat) pe același grafic, folosind comanda:

$bode (G, 'r', k * C, 'k', Gc, 'b')$

Aspectul acestor caracteristici Bode este prezentat în Fig.6. În această figura, curbele corespunzătoare sistemului necompensat sunt notate cu (1), cele ale compensatorului cu (2) iar cele ale sistemului compensat cu (3). Se poate observa faptul că acest corector atenuează puțin și frecvențele înalte, spre deosebire de corectorul teoretic ce nu prezintă atenuare în domeniul frecvențelor înalte.

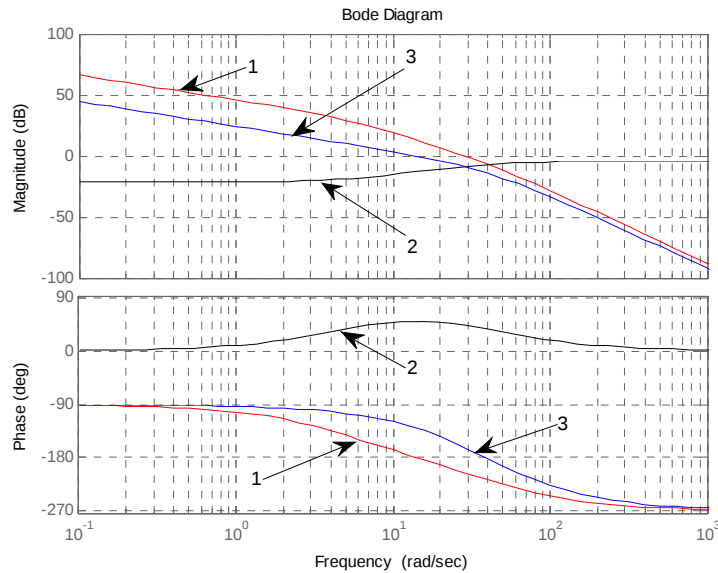


Fig.6. Răspunsul indicial al sistemului închis, necorectat

În această situație sistemul devine stabil și are o margine de fază și de amplificare ce pot fi determinate simplu de pe caracteristicile Bode ale sistemului compensat din Fig.6 sau prin comanda:

$margin (Gc);$

Noua situație este prezentată în Fig.7. Se observă că sistemul este stabil, are o margine de fază de 50 grade și o margine de amplificare de 13,8 dB. pulsația corespunzătoare marginii de fază este $\omega_{\pi} \approx 14.1 \text{ rad/s}$. Sistemul în buclă închisă este:

```
sist_cl = feedback (Gc,1);
```

iar răspunsul indicial este dat de:

```
step (sist_cl,1);
```

Răspunsul indicial obținut este prezentat în Fig.8.

De remarcat că există o suprareglare de aproximativ 18 % (din cauză că marginea de fază impusă este de numai 50 grade) și un timp de răspuns $t_{r5\%} = 0.28$ [s] .

Dacă se dorește utilizarea unui corector cu avans de fază standard, fără atenuarea frecvențelor înalte, este necesar să se aleagă o altă pulsație centrală pentru corector în care atenuarea sistemului inițial să fie de 8,75 dB.

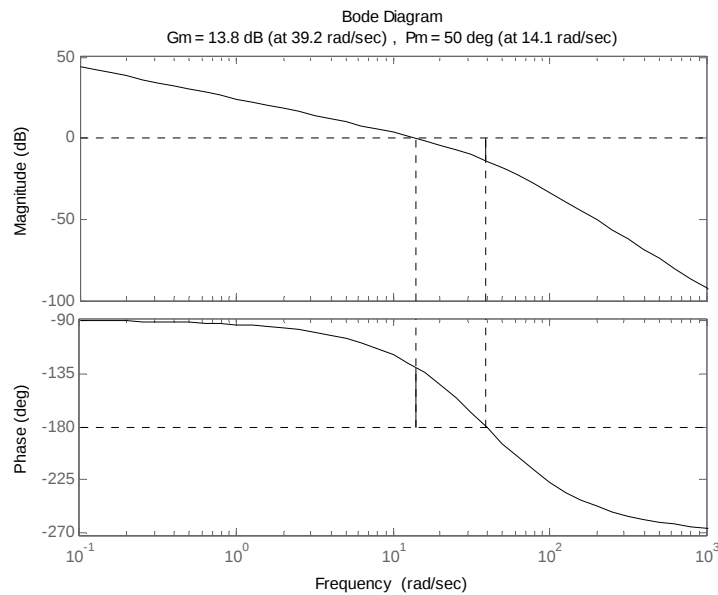


Fig.7. Marginile de fază și de amplificare ale sistemului corectat

Pentru această pulsație marginea de fază inițială este de aprox. -8 grade și de aceea marginea de fază necesar a fi corectată prin introducerea corectorului trebuie reconsiderată, deci vom avea o altă

valoare pentru α . De aici decurg toate modificările necesare, rezultând o altă formă a corectorului, fără a fi necesară introducerea unei amplificări suplimentare.

Programul în MATLAB, L4_avans.m, este prezentat în continuare:

```
### L4_avans.m ###
```

```
%      Corector cu avans de faza
%      cu atenuarea frecventelor joase
%      mF_imp =50 grade

clear;
s=tf('s');
G=200/(1+0.2*s)/(1+0.025*s)/s;
clf;

% Caracteristicile Bode pentru sistemul necompensat
bode(G)
pause

% Marginea de faza si de amplificare pentru sist.
necompensat
margin(G)
pause

% Raspunsul indicial al sistemului necompensat
G_cl=feedback(G,1);
step(G_cl,1)
pause

% Compensatorul cu avans de faza
KC=0.6131*(s+5.1489)/(s+38.6117);
Gc=G*KC;

% Caracteristicile Bode pentru sistemul compensat
bode(G, 'r', KC, 'k', Gc, 'b')
pause

% Marginea de faza si de amplificare pentru sist.
necompensat
margin(Gc)
pause

% Raspunsul indicial al sistemului compensat
sist_cl=feedback(Gc,1);
step(sist_cl,1)
```

Desfășurarea lucrării

- Se va studia compensatorul cu avans de fază propus și modul în care acesta modifică structura sistemului deschis și caracteristicile Bode ale acestuia;
- Se va studia modul de realizare a compensatorului cu avans de fază cu atenuarea frecvențelor joase, alegând o altă pulsație în care să se compenseze sistemul; Se va determina în ce mod trebuie deplasată caracteristica amplitudine-pulsație prin intermediul unei amplificări foarte mici pentru ca marginea de fază să depășească valoarea impusă, cu păstrarea marginii de amplificare.
- Se va studia modul în care se poate realiza compensarea cu avans de fază fără atenuarea frecvențelor joase, folosind un compensator de fază în două trepte și amplificare suplimentară. Soluția nu este unică, de varianta adoptată depinzând performanțele obținute.

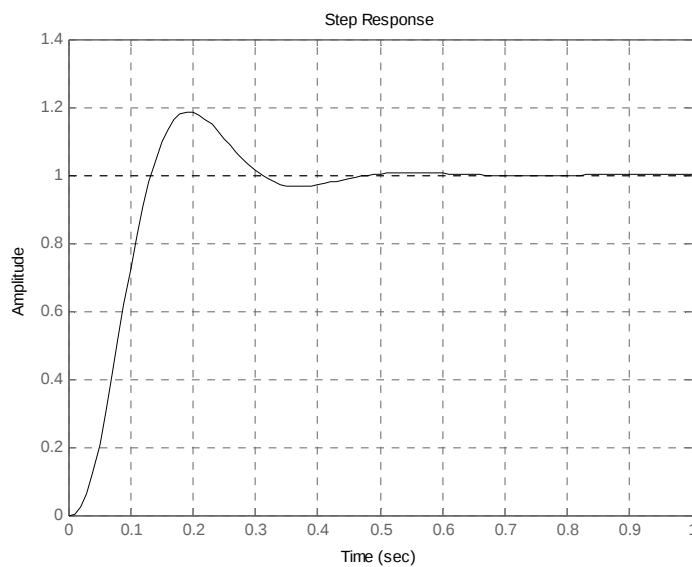


Fig.8. Răspunsul indicial al sistemului corectat

- Se vor trage concluzii cu privire la răspunsul obținut de către sistemul compensat în fiecare caz (suprareglare, timp de răspuns, margine de fază și de amplificare).
- Se va rula programul realizat în MATLAB pentru urmărirea rezultatelor descrise.

Este posibilă impunerea unei margini de fază superioare, de exemplu de 60 grade. Se recalculează corectorul în noile condiții și se analizează performanțele obținute.

Se formulează concluzii desprinse din studiul diverselor realizări ale corectorului.