

LUCRAREA 5

SISTEM DE CONTROL PENTRU ANSAMBLUL BILA-GHIDAJ

Se consideră o bilă amplasată pe un ghidaj, având posibilitatea de a se deplasa prin rostogolire de-a lungul ghidajului, ca în Fig.1.

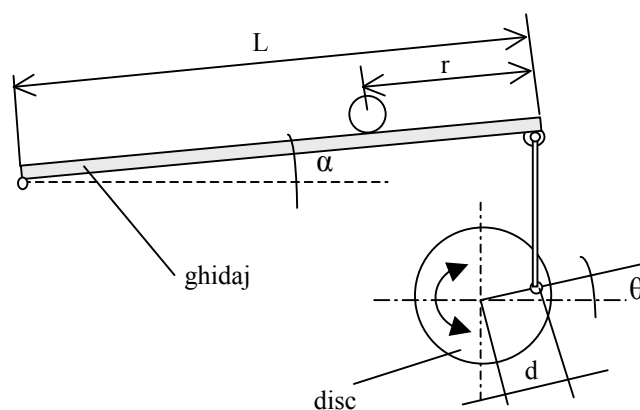


Fig.1. Structura sistemului

Un capăt al ghidajului este într-o articulație, iar celălalt capăt este condus prin intermediul unui braț articular, de către un disc ce are posibilitatea de a se roti. Pe disc, brațul este fixat la distanța d de centrul de rotație, iar o mișcare cu unghiul θ a discului va determina o înclinare a ghidajului cu unghiul α .

Valorile elementelor din Fig.1. sunt:

- M , masa bilei = 0.11 [Kg]
- R , raza bilei = 0.015 [m]
- d = 0.03 [m]

- $g = 9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$
- $L = 1 \text{ [m]}$
- J , momentul de inerție al bilei $= 9.99\text{e-}6 \text{ [Kgm}^2\text{]}$
- r , poziția curentă a bilei

Se pune problema stabilirii unui controler capabil să conducă la un timp de răspuns al sistemului de max. 3 [s] și o suprareglare de max. 5%.

Dacă se neglijează derivata a II-a a unghiului α (care este foarte mic), poate fi scrisă ecuația mișcării:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r} - mg \sin \alpha = mr\dot{\alpha}^2 \quad (1)$$

Dacă se ține cont că, pentru valori foarte mici ale lui α putem scrie că $\sin \alpha \cong \alpha$, atunci, neglijând termenul în $\dot{\alpha}^2$, obținem:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r} = mg\alpha \quad (2)$$

Considerând că pentru $\theta = 0$ avem $\alpha = 0$, atunci, pentru variații mici ale acestor unghiuri în jurul poziției de zero, putem scrie:

$$\begin{aligned} d \sin \theta &\cong L \sin \alpha \\ d\theta &\cong L\alpha \end{aligned} \quad (3)$$

sau încă:

$$\alpha = \frac{d}{L}\theta. \quad (4)$$

Înlocuind valoarea lui α în relația mișcării rezultă:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)\ddot{r} = mg \frac{d}{L}\theta \quad (5)$$

Dacă se trece în transformate Laplace în condiții inițiale nule, avem:

$$\left(\frac{J}{R^2} + m\right)s^2 R(s) = mg \frac{d}{L} \theta(s). \quad (6)$$

Rezultă, pentru acest ansamblu, funcția de transfer de forma:

$$G(s) = \frac{R(s)}{\theta(s)} = \frac{mgd}{L\left(\frac{J}{R^2} + m\right)} \frac{1}{s^2}. \quad (7)$$

Se obține o funcție de transfer având un pol dublu în origine.

Sistemul liniarizat poate fi reprezentat în spațiul stărilor dacă se consideră vectorul de stare $x = \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix}$ drept vector de stare și $y = r$ mărimea de ieșire, atunci avem:

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{mgd}{L\left(\frac{J}{R^2} + m\right)} \end{bmatrix} \theta$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (8)$$

matricile corespunzătoare fiind:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{mgd}{L\left(\frac{J}{R^2} + m\right)} \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Având în vedere valorile date, sistemul poate fi scris în MATLAB astfel:

```
Ka = (m*g*d)/(L*(J/R^2+m)) % factorul de amplificare
num = [Ka];
den = [1 0 0];
sist=tf(num,den);
```

unde tf = „transfer function”

Dacă în locul discului și al brațului care modifică înclinarea ghidajului se folosește un servomotor, ghidajul fiind fixat la mijloc pe axul acestuia, atunci, poziția bilei față de ghidaj va putea fi controlată prin intermediul cuplului dezvoltat de servomotor, cuplu ce va determina modificarea poziției unghiulare a ghidajului.

Pentru controlul poziției bilei față de ghidaj, este necesară introducerea acestui ansamblu într-o buclă închisă, având pe calea directă un controler cu funcția de transfer $C(s)$, ca în Fig.2.

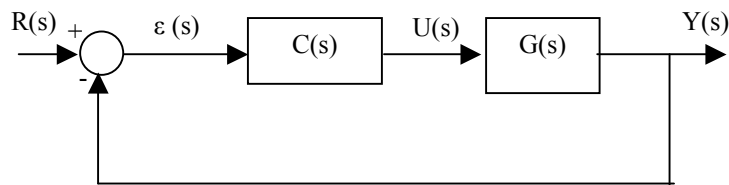


Fig.2. Sistemul în buclă închisă

Funcția de transfer a părții fixate este:

$$G(s) = \frac{R(s)}{\theta(s)} = \frac{mgd}{L\left(\frac{J}{R^2} + m\right)} \frac{1}{s^2} = \frac{k}{s^2} \quad (10)$$

Acest controler poate fi un compensator cu avans de fază sau un regulator PID, introducerea acestor elemente conducând la obținerea performanțelor impuse sistemului.

Controlul sistemului utilizând un compensator cu avans de fază

Stabilirea parametrilor compensatorului cu avans de fază se poate face pornind de la caracteristicile Bode ale sistemului deschis, necompensat obținute prin:

bode (sist,'r')

Îndrumar de laborator

Se constată că sistemul este instabil deoarece marginea de fază este zero. Marginea de fază poate fi vizualizată direct prin comanda:

margin(sist)

Este necesară introducerea corectorului cu avans de fază pentru a putea obține o margine de fază care să corespundă cerițelor impuse. Se consideră compensatorul:

$$C(s) = k\alpha \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \quad (11)$$

Caracteristicile Bode ale compensatorului sunt date, în principiu, în Fig.3.

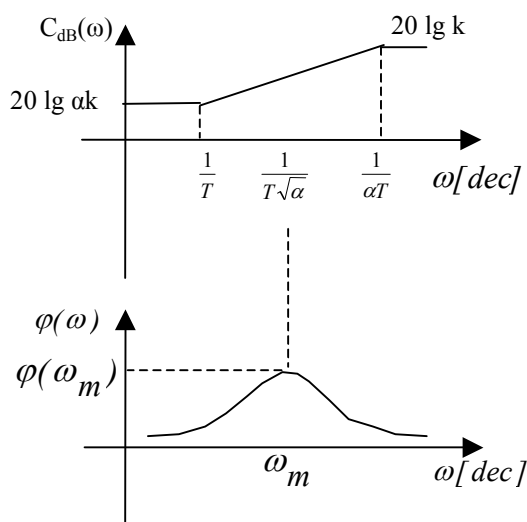


Fig.3. Caracteristicile Bode ale compensatorului

Valoarea maximă a fazei introdusă de un astfel de compensator este de 90 [grade]. Pentru a determina structura compensatorului se ține cont de faptul că suprareglarea nu trebuie să depășească 5%, corespunzător unui factor de amortizare $\xi = 0.7$.

În general, marginea de fază minim necesară pentru o suprareglare impusă este de 100ξ ; (pentru suprareglarea $\sigma = 5\%$, $m_{F \min}$

$= 0.7 * 100 = 70$ [grade]). Pentru controler se consideră deci $\varphi_m = 70$ [grade].

Ținând cont de relația dintre timpul de răspuns și banda de trecere,

$$\omega_B = \frac{4}{\xi t_r} \sqrt{(1 - 2\xi^2) + \sqrt{4\xi^4 - 4\xi^2 + 2}}, \quad (12)$$

Atunci, pentru $t_r = 3$ [s] și $\xi = 0.7$, rezultă $\omega_B = 1.92$ [rad/s].

Pulsația ω_m pentru care se obține defazajul maxim al compensatorului trebuie aleasă sub valoarea benzii de trecere ω_B . Se alege $\omega_m = 1$ [rad/s] (sau o altă valoare apropiată). Se calculează apoi valoarea lui α din relația :

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m}. \quad (13)$$

Se calculează apoi constanta de timp T cu relația:

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} \quad (14)$$

Având determinate constantele α și T , pot fi determinate pulsațiile de frângere ale compensatorului, $\omega_1 = \frac{1}{T}$; $\omega_2 = \frac{1}{\alpha T}$.

Funcția de transfer a controlerului mai poate fi pusă sub forma:

$$C(s) = k\alpha \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts} = k \frac{s + \frac{1}{\alpha T}}{s + \frac{1}{T}} = k \frac{s + \omega_2}{s + \omega_1}. \quad (15)$$

Structura controlerului poate fi considerată de forma:

$$\text{contr} = tf(k*\alpha*[T \ 1],[\alpha*T \ 1]);$$

Se trasează caracteristicile Bode pentru sistemul deschis compensat:

bode (contr*sist)

Se pot vizualiza marginea de fază și de amplificare prin:

margin(contr*sist).

Sistemul în buclă închisă, cu reacție negativă unitară este:

sist_cl = *feedback* (contr*sist,1);

Răspunsul la un semnal treaptă se obține prin comanda:

step (sist_cl,15).

Se analizează răspunsul obținut și se compară cu valorile impuse.

Controlul sistemului utilizând un regulator PID

Pentru structura de reglare considerată se utilizează un regulator P, PD sau PID serie având structura generală:

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s}\right) (1 + s k_d) = \frac{k_p k_d s^2 + k_p (1 + k_i k_d) s + k_p k_i}{s}. \quad (16)$$

Regulatorul de tip P. Se consideră componentele integrală și derivativă egale cu zero. Se introduce o valoare pentru factorul de amplificare. Sistemul rămâne instabil.

Regulatorul de tip PD. Se consideră $k_i = 0$. Se ajustează k_p și k_d . Sistemul poate fi stabilizat. Se obțin performanțele impuse prin acordarea corespunzătoare a regulatorului.

Regulatorul de tip PID. Se pornește de la caracteristicile Bode ale sistemului deschis, necompensat. Se consideră mai întâi structura serie a regulatorului. Se aleg parametrii regulatorului pentru atingerea performanțelor impuse.

Desfășurarea lucrării

- Se va studia sistemul propus și se va analiza comportarea acestuia, mai întâi în buclă deschisă iar apoi în buclă închisă, fără compensator. Programul în MATLAB este „L5_bila_grinda.m”.
- Pentru sistemul în buclă închisă se vor utiliza atât compensatorul determinat prin metoda locului rădăcinilor cât și compensatorul cu avans de fază proiectat. De asemenea se va utiliza un regulator PID sau metoda de corecție bazată pe plasarea polilor funcției de transfer prin utilizarea spațiului stărilor.

L5_bila_grinda.m

```
% Controlul sistemului bila_ghidaj
% Initial : Sistem dublu integrator, instabil

% Parametrii sistemului
clear
m = 0.111;
R = 0.015;
g = 9.8;
L = 1.0;
d = 0.03;
J = 9.99e-6;
r=0.25;

Ka = (m*g*d)/(L*(J/R^2+m)) % factorul de amplificare

num = [Ka];
den = [1 0 0];
sist=tf(num,den) % Functia de transfer a sistemului

% Raspunsul sistemului in bucla deschisa la treapta de
0.25(rad)
clf
step(r*sist,7)
grid
pause

disp('Alegeti metoda : 1=Locul radacinilor, 2=Compensator
cu avans de faza, ');
select=input('          3=Regulator PD,
4=Control dupa stare      : ')
disp(' ')
```

```

switch select

case 1

%%%%%%%% METODA LOCULUI RADACINILOR %%%%%%%%%%%%%%
% Plasare pol-zero suplimentar (modificare loc radacini)

clf
rlocus(sist)
sgrid([0.7 0.5],[1.9])
disp('Vizualizati locul radacinilor in Fig.1 ')
disp(' ')
pause

rasp=1;
while rasp==1,
    disp('Se aleg polul si zeroul suplimentar : ex. p0 = -
6, z0 = -0.01 ')
    disp(' ')
    p0=input('polul suplimentar p0 = : ');
    z0=input('zeroul suplimentar z0 = : ');

    contr=tf([1 -z0],poly([p0]));
    G=contr*sist;

    rlocus(G)
    sgrid(0.7, 1.9)
    v=[p0-2 1 p0 -p0]; axis(v)
    pause

    clf
    rlocus(G)
    sgrid([0.7],[1.9])
    v=[p0-2 1 p0 -p0]; axis(v)
    [k,poles]=rlocfind(G)
    pause

    bode(k*G)
    pause

    margin(k*G)
    pause

    H=feedback(k*G,1);
    step(r*H,100)
    grid

    rasp=input('Doriti reluarea datelor ? (DA=1 sau NU=0)?

```

```

: ');
    disp(' ')
end

case 2

    %%%%%%%%%%%%% COMPENSATOR CU AVANS DE FAZA
    %%%%%%%%%%%%%

% Raspunsul la frecventa (Caracteristicile Bode)
% pentru sistemul necompensat
bode(sist,'r')
pause

% Marginea de faza si de amplificarea este:
margin(sist)
pause

rasp=1;
while rasp==1
% Pentru compensatorul cu avans de faza se aleg valori
% pentru marginea de faza Pm, pentru pulsatiia wm si
factorul
% de amplificare k. ex(70, 1, 1)
disp(' ')
disp('Pentru compensatorul cu avans de faza')
disp(' ')
pm = input('    Marginea de faza impusa = ');
wm = input('    Pulsatia wm = ');
k = input('    Factorul de amplificare = ')

% Deoarece marginea de faza initiala este zero, avem:
phi = pm*pi/180;
a = (1-sin(phi))/(1+sin(phi))
T = 1/(wm*sqrt(a));

% Compensatorul este:
num_av = k*a*[T 1];
den_av = [a*T 1];

disp(' Functia de transfer a compensatorului este :
Ka(1+Ts)/(1+aTs)')
contr = tf(num_av,den_av)

% Caracteristicile Bode pentru sistemul compensat

disp(' ')

```

```

disp('Caracteristicile Bode pentru sistemul compensat')
disp(' ')
bode(sist, 'r', contr*sist, 'b', contr, 'k')
pause

% Pentru sistemul compensat, marginea de faza si de
amplificare este:

margin(contr*sist)
pause

% Raspundul sistemului inchis la treapta r=0.25 m este:

rasp_tsim=1;
while rasp_tsim==1,
    tsim=input(' Introduceti timpul de simulare : ');
    disp(' ')
    sist_cl = feedback(contr*sist,1);
    step(r*sist_cl,tsim)
    grid
    pause
    disp(' ')
    rasp_tsim=input(' Doriti alt timp de simulare ? (DA=1
sau NU=0)? : ');
    disp(' ')
end
    disp(' ')
    rasp=input(' Doriti reluarea datelor compensatorului
(DA=1 sau NU=0)? : ');
    disp(' ')
end

case 3

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% REGULATOR PD %%%%%%%%%%%%%%

rasp=1;

while rasp==1,

    disp('Se aleg parametrii regulatorului serie : ')
    disp('Incepeti cu kp=1, kd=1, dupa care se ajusteaza
valorile')
    disp(' ')
    kp=input('kp = : ');
    kd=input('kd = : ');

```

```

    contr=tf(kp*[kd 1],1);
    G=contr*sist;

    clf

    bode(contr,'k',sist,'r',G,'b')
    pause

    margin(G)
    pause

    sist_cl=feedback(G,1);

    rasp_tsim=1;
while rasp_tsim==1,
    tsim=input(' Introduceți timpul de simulare : ');
    disp(' ')
    step(r*sist_cl,tsim)
    grid
    pause
    disp(' ')
    rasp_tsim=input('   Doriti alt timp de simulare ? (DA=1
sau NU=0)? : ');
    disp(' ')

end

    rasp=input(' Doriti reluarea datelor regulatorului
(DA=1 sau NU=0)? : ');
    disp(' ')
end

case 4

%%%%%%%%% CONTROL DUPA SPATIUL STARILOR %%%%%%%%%%
% Control dupa spatiul starilor, metoda Ackermann

A = [0 1 0 0
      0 0 Ka 0
      0 0 0 1
      0 0 0 0];
B = [0;0;0;1];
C = [1 0 0 0];
D = [0];

% sistemul, definit pe baza matricilor A, B, C, D

```

```
sist = ss(A,B,C,D);

% Dorim plasarea polilor astfel:
p1 = -2.5+2.5i;
p2 = -2.5-2.5i;
p3 = -20;
p4 = -80;

K = place(A,B,[p1 p2 p3 p4]) % se determina valoarea lui K

sist_cl = ss(A-B*K,B,C,D) % sistemul in bucla inchisa

% Raspunsul la o treapta r=0.25 m

t = 0:0.01:5;
u = 0.25*ones(size(t));
[y,t,x] = lsim(sist_cl,u,t);
plot(t,y)
grid
disp('Raspunsul indicial este dat in Fig.1. Trebuie
amplificata referinta. ')
pause

% Stabilirea amplificarii necesare referintei

Nbar=rscale(sist,K)
t = 0:0.01:5;
u = 0.25*ones(size(t));
[y,t,x] = lsim(Nbar*sist_cl,u,t);
plot(t,y)
grid

end
```

- Se va introduce compensatorul cu avans de fază iar apoi regulatorul cu structura generală PD și se va face o acordare a acestuia în vederea obținerii performanțelor impuse. De asemenea, se va introduce în model compensatorul determinat prin metoda locului rădăcinilor.
- Se va realiza modelul sistemului în SIMULINK și se va face o simulare a funcționării acestuia în buclă deschisă. Modelul este „L5_bila.mdl”, Fig.4, iar simularea în buclă deschisă se va face cu „L5_bila_ol.mdl”, Fig.6 (open loop).

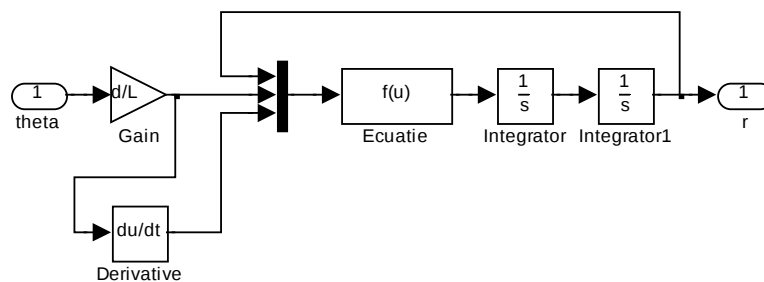


Fig.4. Modelul L5_bila.mdl

$$(1/(J/(R^2)+m))*(m*u[1]*(u[3])^2+m*g*\sin(u[2]))$$

Fig.5. Model Ecuatie

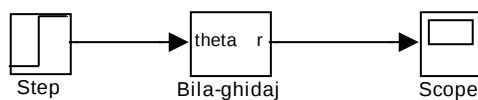


Fig.6. Modelul L5_bila_ol.mdl

- Se închide apoi bucla cu reacție negativă unitară și se simulează comportarea sistemului cu modelul L5_bila_cl.mdl, Fig.7.

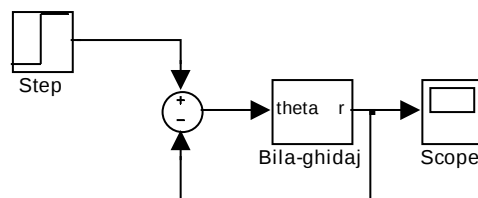


Fig.7. Modelul L5_bila_cl.mdl

- Se introduce regulatorul PID paralel pe calea directă a sistemului de reglare și se dau parametrilor acestuia diverse valori prin introducerea lor în programul „L5_bila_param.m”. Valorile acestor parametri se determină pornind de la parametrii regulatorului PID serie. Se simulează comportarea prin „L5_bila_pid.mdl”, Fig.8.

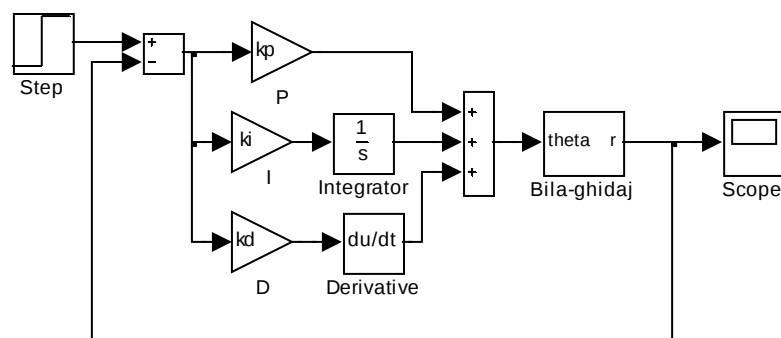


Fig.8. Modelul L5_bila_pid.mdl

Simularea de la punctul anterior poate fi făcută folosind acest model dar luând acțiunea proporțională unitară iar componentele integrală și derivativă nule. Se analizează influența parametrilor regulatorului asupra răspunsului sistemului.

L5_bila_param.m

```
m = 0.111;
R = 0.015;
g = 9.8;
L = 1.0;
d = 0.03;
J = 9.99e-6;
kp=10;
ki=0;
kd=10;
```

- Se introduce compensatorul cu avans de fază pe calea directă a sistemului de reglare și se dau parametrilor acestuia diverse valori

prin introducerea lor în programul „L5_bila_param.m”. Se simulează comportarea prin „L5_bila_comp.mdl”, Fig.9 .

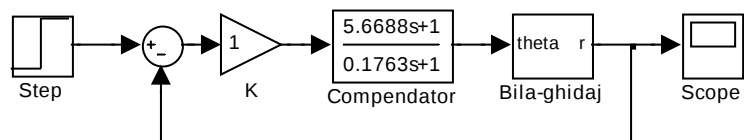


Fig.9. Modelul L5_bila_comp.mdl

- Se vor trage concluzii cu privire la rezultatele obținute, atât în MATLAB cât și în SIMULINK.