

LUCRAREA 6

CONTROLUL POZIȚIEI ARBORELUI UNUI MOTOR DE CURENT CONTINUU

Prin integrarea vitezei unghiulare a motorului se obține poziția acestuia. Considerăm motorul având structura simplificată dată în Fig.1.

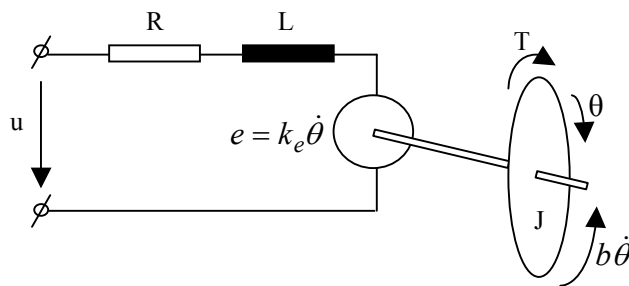


Fig.1. Structura sistemului

Parametrii motorului sunt:

- Momentul de inerție, $J=3.2284e-6$ [kg m²/s²]
- Coeficientul de frecare vâscoasă, $b=3.50077e-6$ [Nms]
- Constantele $k_e=k_t=k=0.0274$ [Nm/A]
- Rezistența rotorică, $R=4$ Ω ,
- Inductanța rotorică, $L=2.75e-6$ [H]

Mărimea de intrare în sistem este tensiunea de alimentare, u , iar mărimea de ieșire este poziția unghiulară a axului rotorului, θ , care se obține prin integrarea vitezei unghiulare $w = \dot{\theta}$.

Sistemului i se impun următoarele criterii de performanță:

- Timp de răspuns $t_r \leq 0.04$ [s];
- Suprareglare maximă 16%;
- Eroare staționară nulă în raport cu referința;
- Eroare staționară nulă în raport cu perturbația.

Ecuatiile motorului sunt:

$$T = k_t i \quad (1)$$

$$e = k_e \dot{\theta} \quad (2)$$

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = ki \quad (3)$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = u - k\dot{\theta} \quad (4)$$

unde:

T = cuplul motor;

e = tensiunea contraelectromotoare;

(3): Ecuatia de echilibru a cuplurilor

(4): Ecuatia de echilibru a tensiunilor

Trecând în transformata Laplace în condiții inițiale nule, se obține:

$$s(Js + b)\theta(s) = kI(s) ; \quad (5)$$

$$(Ls + R)I(s) = U(s) - ks\theta(s) ; \quad (6)$$

Eliminând I(s) între cele două relații se obține:

$$\frac{s(Ls + R)(Js + b)}{k}\theta(s) + ks\theta(s) = U(s) ; \quad (7)$$

Rezultă funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{k}{s((Ls + R)(Js + b) + k^2)} \quad (8)$$

Dacă se face o reprezentare în spațiul stărilor, considerând vectorul de

$$\text{stare } x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix},$$

atunci se poate scrie:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b/J & k/J \\ 0 & -k/L & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L \end{bmatrix} u \\ y &= \theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

Matricile corespunzătoare sunt:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b/J & k/J \\ 0 & -k/L & -R/L \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/L \end{bmatrix}; \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Pentru a obține răspunsul indicial utilizând MATLAB avem:

```
num = k;
den = [J*L J*R+L*b b*R+k^2 0];
motor = tf(num,den);
```

Răspunsul indicial se obține prin comanda:

```
step (motor,'r',0.2)
grid
```

Se observă că la un semnal de intrare treaptă de 1 [V] răspunsul sistemului în buclă deschisă este în permanență crescător datorită prezenței integratorului în funcția de transfer.

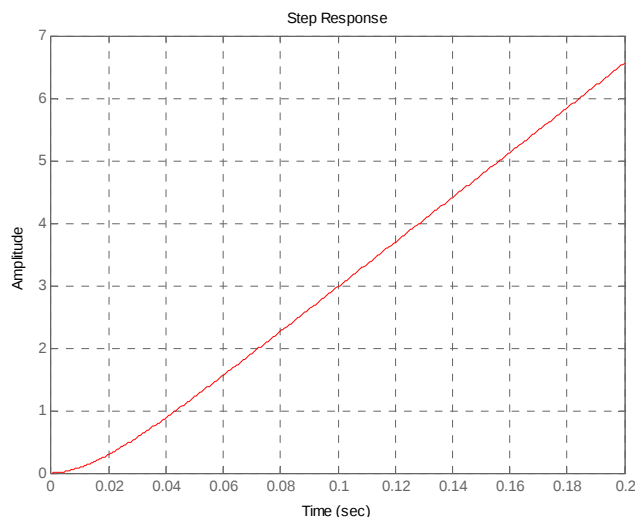


Fig.2. Răspunsul indicial

Dacă se închide sistemul printr-o buclă de reacție negativă unitară și se analizează răspunsul sistemului la o treaptă de intrare de 1 [rad] se constată că sistemul s-a stabilizat, că valoarea de regim staționar a mărimii de ieșire este de 1 [rad], deci sistemul are eroare staționară nulă, conform cerințelor.

În plus, răspunsul sistemului are osuprareglare în jur de 7%, el răspunzând corespunzător și din acest punct de vedere așa cum este prezentat în Fig.3.

Singura problemă o constituie timpul de răspuns situat aproape de valoarea de 150 ms, valoare mult prea mare decât valoarea impusă inițial.

Pentru controlul poziției motorului este necesară introducerea acestuia într-o buclă de reglare, ca în Fig.4, unde:

$R(s)$ = referința [rad];

$V(s)$ = perturbația;

$C(s)$ = funcția de transfer a controlerului;

$G(s)$ = funcția de transfer a motorului;

$\varepsilon(s)$ = eroarea;

$Y(s) = \theta(s)$ = mărimea de ieșire.

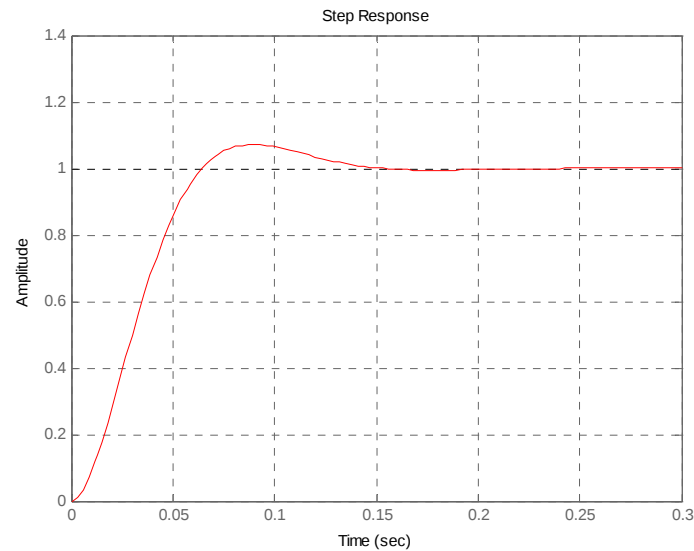


Fig.3. Răspunsul indicial al sistemului închis

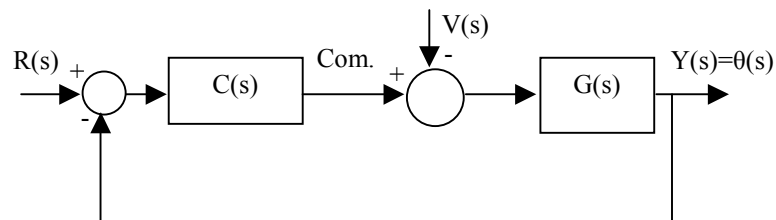


Fig.4. Sistemul de reglare automată

Există posibilitatea de a atinge performanțele impuse prin introducerea pe calea directă a unui regulator. Acest regulator, cu structura generală PID poate fi de tip serie, paralel sau mixt.

Deoarece, indiferent de tipul de structura de regulator, regulatorul de tip P este același, vom analiza mai întâi acest tip de regulator după care vom trece la structuri, în cazul reglatoarelor PI sau PID.

Regulator de tip P

Față de performanțele obținute prin simpla închidere a bulei, utilizare unui regulator P, printr-o ușoară creștere a amplificării căii directe poate reduce ușor timpul de răspuns în detrimentul creșterii suprareglării.

Acordarea parametrilor acestui tip de regulator se face prin studierea caracteristicilor Bode ale sistemului deschis, necorectat. Pentru început considerăm $k_p=1.5$.

Răspunsul indicial al sistemului se obține prin determinarea funcției de transfer a sistemului în buclă închisă, cu corectorul prezent pe calea directă, și apoi dând comanda step:

```
contr = tf([kd kp ki],[1 0]);  
sist_cl = feedback (contr*motor,1);  
step (sist_cl,'r',0.2);  
grid
```

Răspunsul indicial este prezentat în Fig.5. Se constată o ameliorare a timpului de răspuns 2% până la valoarea de 126 ms cu o creștere a suprareglării până la 14%. O creștere în continuare a factorului de amplificare al regulatorului nu va conduce la atingerea obiectivelor datorită creșterii suprareglării peste valoarea impusă.

Pentru a vedea cum se comportă sistemul închis la o variație treaptă a perturbației va trebui să determinăm funcția de transfer corespunzătoare perturbației ca mărime de intrare.

Pentru perturbație, deoarece calea directă între perturbație și ieșire are funcția de transfer „motor” iar calea de reacție are funcția de transfer „contr”, avem:

```
pert_cl = feedback (motor,contr);
```

Considerăm că semnalul de referință este nul și se dorește cunoașterea comportării sistemului la o variație treaptă a semnalului perturbator.

Răspunsul la o treaptă de perturbație este dat de:

```
step (pert_cl,'r',0.2);  
grid
```

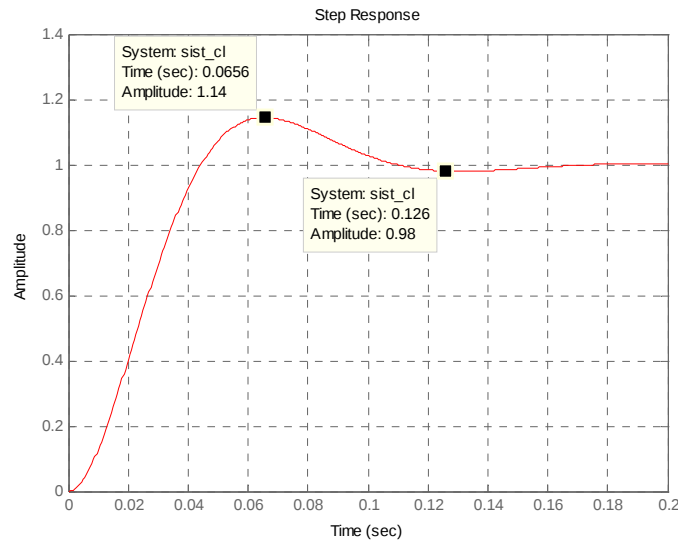


Fig.5. răspunsul sistemului corectat

Acest răspuns are forma prezentată în Fig.6. Se constată că răspunsul se stabilizează undeva în jurul valorii de 0.7, departe de cerința impusă inițial ca efectul perturbației să fie nul. Dacă se va crește factorul de ampicare al regulatorului de tip P se va constata numai o scădere a acestei valori dar nu o anulare.

În consecință, utilizarea unui regulator de tip P nu va putea duce la atingere obiectivelor de performanță impuse inițial. Ete necesară introducerea unei componente integrale în structura regulatorului, deci un regulator de tip PI.

Deoarece, pentru această structură a regulatorului, perturbația nu are pe calea directă a sistemului nici un integrator până în punctul în care aceasta intră în sistem, vom avea o valoare finită a erorii staționare în raport cu perturbația:

$$\varepsilon_{st-v} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{k_p}; \quad (11)$$

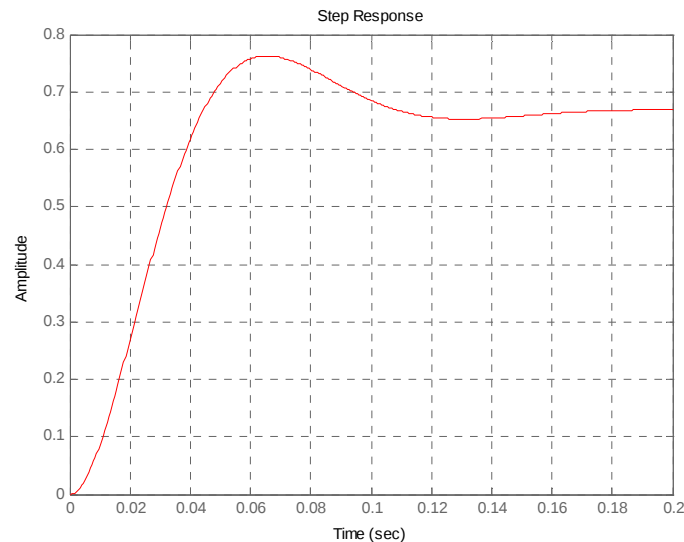


Fig.6. Răspunsul la perturbație treaptă

Pentru a avea erori staționare nule atât în raport cu referința cât și în raport cu perturbația trebuie să avem un integrator la nivelul regulatorului $C(s)$.

Regulator PID serie

Legea de reglare pentru un regulator PID serie este de forma:

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s}\right) (1 + s k_d) = \frac{k_p k_d s^2 + k_p (1 + k_i k_d) s + k_p k_i}{s} \quad (12)$$

Răspunsul indicial al sistemului se obține prin determinarea funcției de transfer a sistemului în buclă închisă, cu corectorul prezent pe calea directă, și apoi dând comanda step:

```
contr = tf(kp*[kd 1+ki*kd ki],[1 0])
sist_cl = feedback(contr*motor,1);
step(sist_cl,'r',0.2);
grid
```

Regulator de tip PI

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului vom considera pentru început $k_p=1$, $k_i=10$, (evident $k_d=0$).

Caracteristicile Bode ale sistemului corectat sunt prezentate în Fig.7.

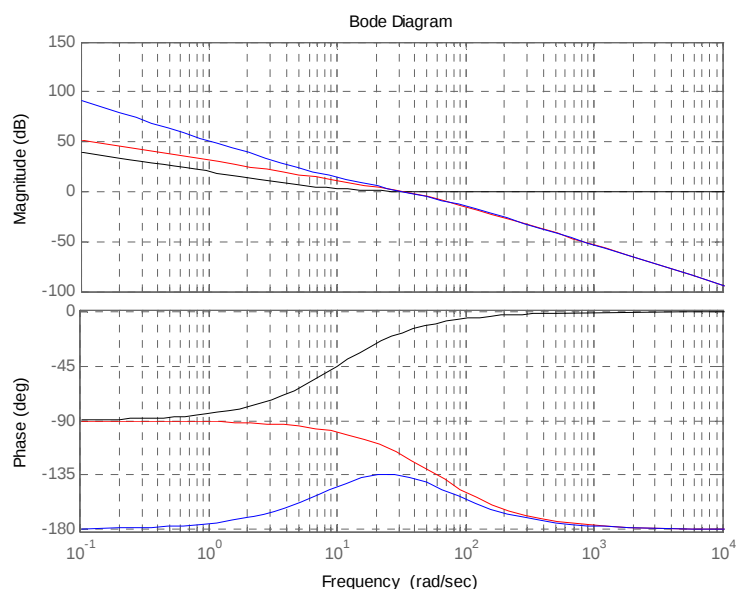


Fig.7. Caracteristicile Bode ale sistemului corectat

Se constată existența unei margini de fază de 44 grade și a unei margini de amplificare infinite. Răspunsul indicial este prezentat în Fig.8. Se constată un timp de răspuns total necorespunzător și o suprareglare ce depășește 30%.

Pentru a diminua timpul de răspuns (durata regimului tranzitoriu) se crește factorul de amplificare. În acest fel crește banda de trecere a sistemului și implicit viteza de răspuns a acestuia, bineînțeles în detrimentul creșterii suprareglării. Dar, deoarece structura care ne permite atingerea performanțelor impuse este o structură completă PID și cunoscând faptul că introducerea componentei derivate diminuează suprareglarea, putem considera numai această creștere a factorului de amplificare la valoarea $k_p=20$. Răspunsul indicial la o variație treaptă a referinței este dat în Fig.9.

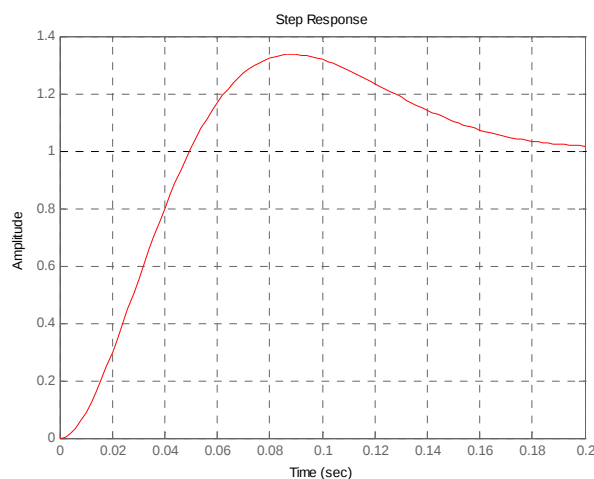


Fig.8. Răspunsul indicial al sistemului corectat

Este evident că prin creșterea factorului de amplificare se va diminua marginea de fază a sistemului. Acest lucru nu constituie o problemă deoarece, prin introducerea componentei derivate apare o variație de fază pozitivă în domeniul frecvențelor înalte (introdusă de componenta de tip D a regulatorului).

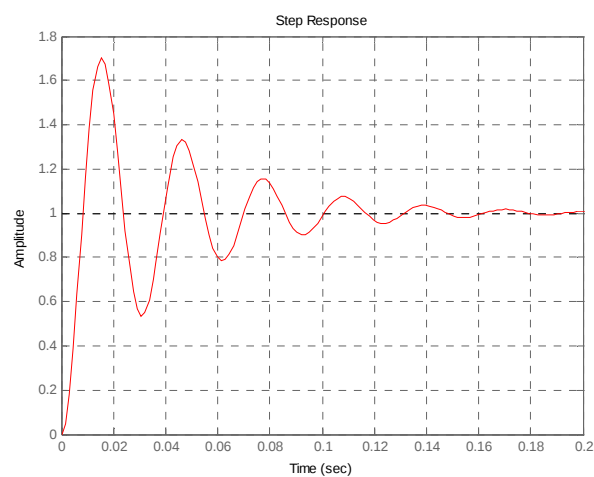


Fig.9. Răspunsul indicial corectat

Răspunsul la variația perturbației este dat în Fig.10.

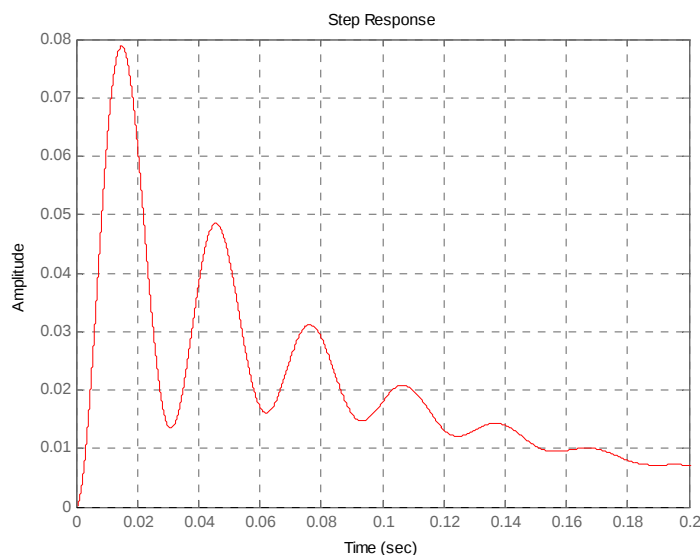


Fig.10. Răspunsul la perturbație

Se introduce acum componenta derivativă, pornind de la valori mici, de exemplu $k_d=0.01$ (se observă că am introdus valori pentru k_i și k_d ca fiind puteri ale lui 10, pentru o mai ușoară urmărire a pulsațiilor de frângere a caracteristicii regulatorului PID).

Noul aspect al caracteristicilor Bode este dat în Fig.11. Se constată o margine de fază de 84 grade. Răspunsul indicial la variația referinței este dat în Fig.12.

Suprareglarea nu depășește 6% iar timpul de răspuns este de 0.033 s. De aici se pot face mici ajustări în jurul acestor valori prin creșterea ușoară a amplificării, creșterea ușoară a lui k_i sau scăderea lui k_d . Răspunsul la variația treaptă a perturbației este dat în Fig.13.

Se constată că efectul perturbației scade la zero, conform obiectivelor fixate. Un set de valori la care ne putem raporta ar fi $k_p=20$, $k_i=25$, $k_d=0.007$. În jurul acestor valori mai pot fi făcute speculații, ținând cont că timpul de răspuns 2% este cu vreo 20% mai mic decât cel impus.

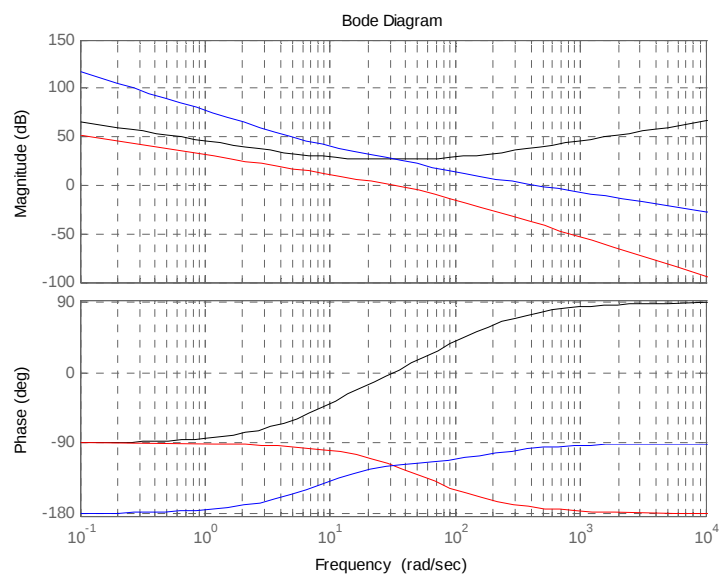


Fig.11. Caracteristicile Bode

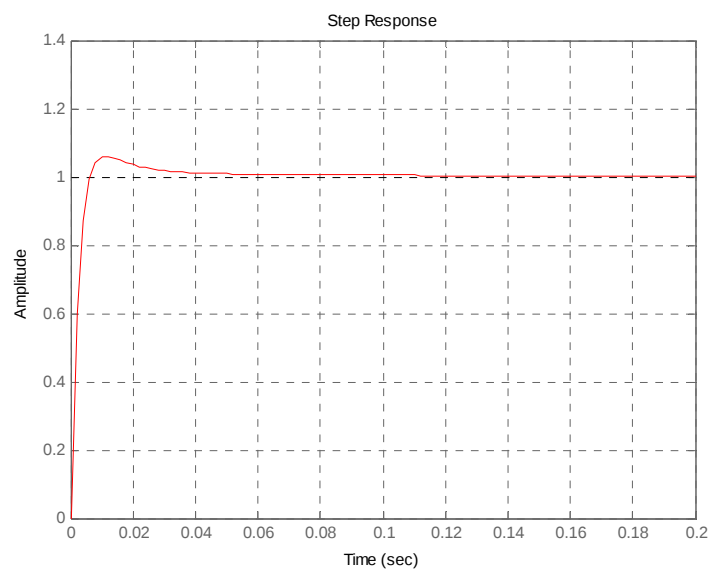


Fig.12. Răspunsul indicial

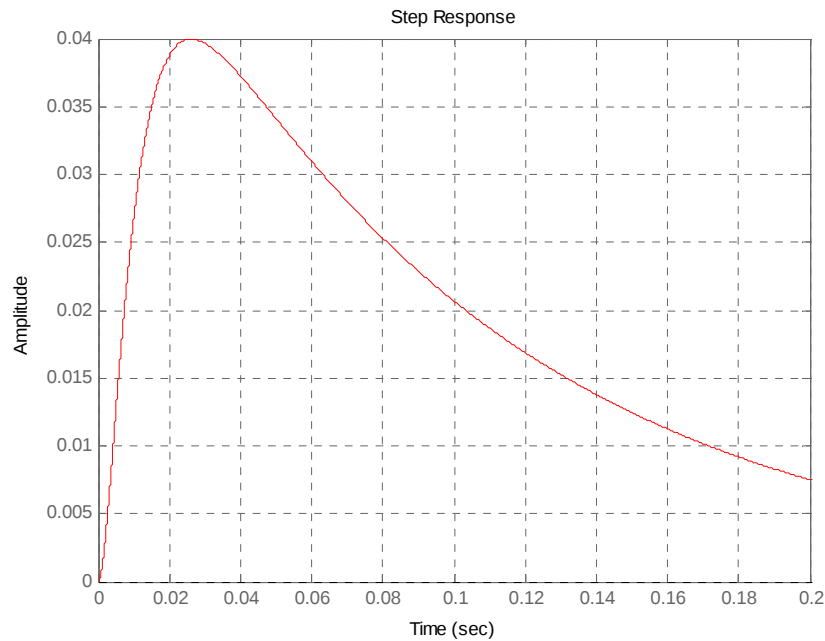


Fig.13. Răspunsul la perturbație

Un caz interesant se obține pentru $k_p=6$, $k_i=100$, $k_d=0.025$. De studiat acest caz fără componentă derivativă. Se constată că, în absența componentei derivate sistemul închis este instabil, cu o margine de fază de -13 grade. Prin introducerea componentei derivate sistemul revine la o margine de fază convenabilă de 76 grade.

Regulator PID paralel

Controlerul ce va fi utilizat este un regulator PID paralel având funcția de transfer de forma:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + sk_d = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (13)$$

Diferitele tipuri de legi de reglare pot fi obținute prin alocarea corespunzătoare a parametrilor regulatorului cu structură generală PID considerat.

Regulator de tip PI

Pentru obținerea acestui tip de regulator se vor atribui valori doar pentru factorul de amplificare k_p și coeficientul de integrare k_i , componenta derivativă fiind anulată, $k_d=0$.

Se poate considera următorul cuplu de valori pentru parametrii de acord ai regulatorului PI paralel: $k_p=21$, $k_i=500$ (adică un timp de integrare $T_i=2$ ms).

Răspunsul sistemului închis la un semnal de intrare treaptă unitară la nivelul referinței este dat în Fig.14.

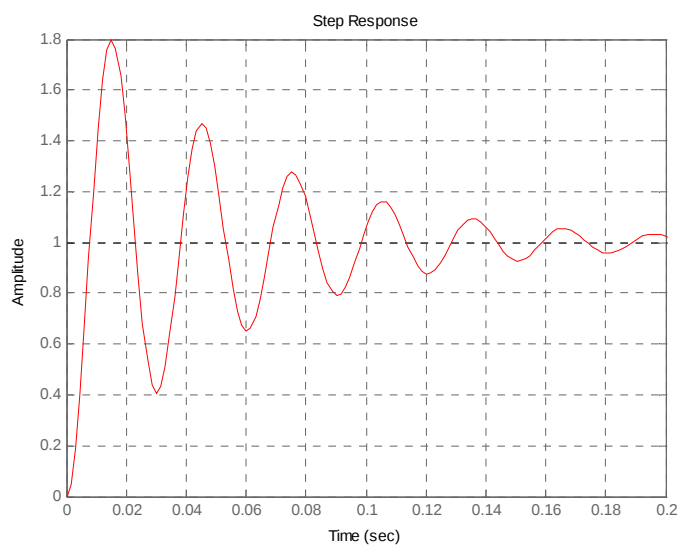


Fig.14. Răspunsul indicial

Se constată că răspunsul sistemului este cu o suprareglare mare, de aprox. 80% și cu un timp de răspuns nesatisfăcător. Aceste valori ne vor putea duce către performanțele impuse dacă vom adăuga la regulator și componenta derivativă.

Pentru răspunsul sistemului la un semnal treaptă la nivelul perturbației, lucrurile se prezintă ca în Fig.15.

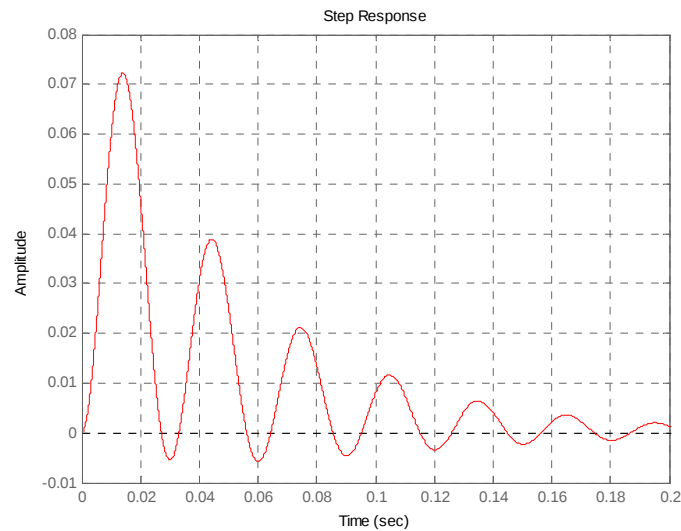


Fig.15. Răspunsul la perturbație

Se constată că prezența componentei integrale în structura regulatorului are rolul de a anula efectul perturbației în regim staționar după ce, la nivelul semnalului de ieșire au loc oscilații.

Problema se rezolvă deci prin introducerea componentei derivative în structura regulatorului.

Regulator PID

Vom considera pentru componenta derivativă valoarea $k_d=0.15$ care se adaugă la structura de regulator PI de mai sus.

Răspunsul sistemului închis la un semnal de intrare treaptă unitară la nivelul referinței este dat în Fig.16.

Pentru răspunsul sistemului la un semnal treaptă la nivelul perturbației, lucrurile se prezintă ca în Fig.17.

Se constată că, pentru aceste valori ale parametrilor regulatorului PID paralel au fost atinse criteriile de performanță impuse inițial.

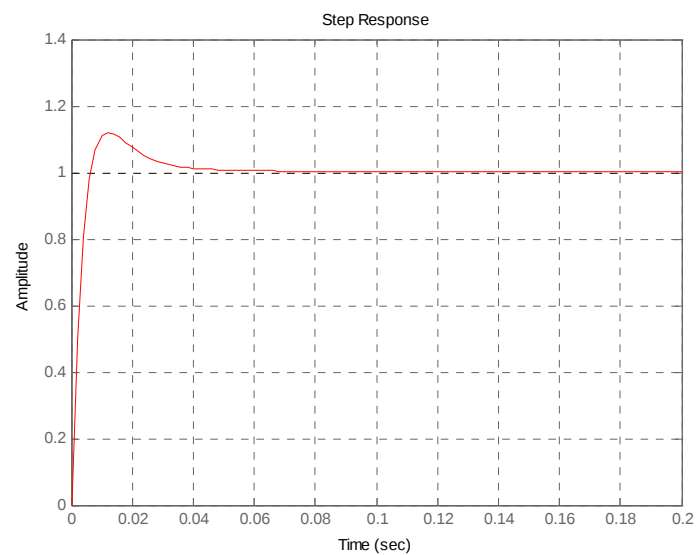


Fig.16. Răspunsul indicial

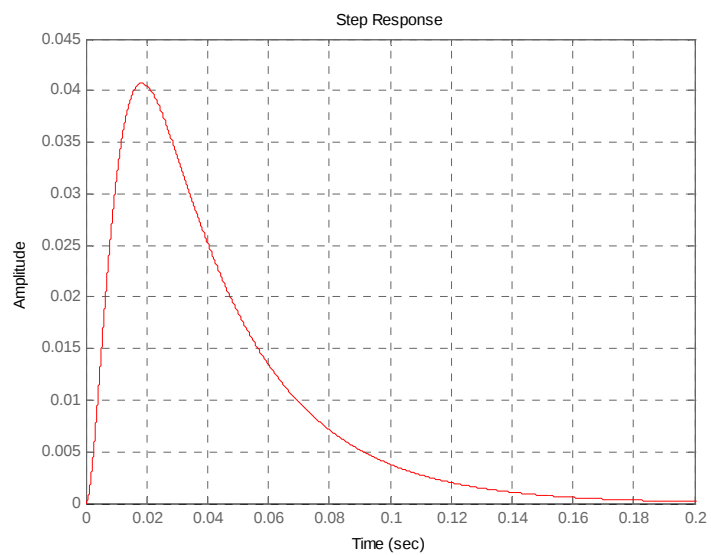


Fig.17. Răspunsul la perturbație

Regulatorul PID mixt

Cazul regulatorului PID mixt este foarte ușor de analizat după ce am determinat parametrii de acord pentru regulatorul PID paralel.

Este necesară cunoașterea modului de modificare a parametrilor de acord de la o realizare la alta întrucât pot fi realizate, din punct de vedere practic, în jurul unor amplificatoare operaționale oricare din tipurile de regulatoare prezentate, parametrii de acord necesitând corelarea cu structura fizică a regulatorului.

Desfășurarea lucrării

- Se va studia sistemul propus și se va analiza comportarea acestuia, mai întâi în buclă deschisă iar apoi în buclă închisă, fără compensator. Programul în MATLAB este „L6_motor_pm.m”.

```
##### L6_motor_pm.m #####
```

```
##### Controlul pozitiei unui motor de curent continuu #####

J=3.2284E-6;
b=3.5077E-6;
K=0.0274;
R=4;
L=2.75E-6;

num=K;
den=[J*L J*R+L*b b*R+K^2 0];
motor=tf(num,den);

step(motor,'r',0.2)
grid
pause

% Verificarea stabilitatii sistemului deschis
isstable(motor)

% Determinarea pozitiei polilor sistemului deschis
pole(motor)

% Se inchide bucla cu reactie negativa unitara
motor_cl=feedback(motor,1);

% Raspunsul la un semnal treapta unitara este
step(motor_cl,'r',0.3)
```

```

pause

%%% Pentru regulator PID serie, parallel, mixt  %%%

alege=1;
while alege==1
disp('Alegeti metoda : 1=Regulator PID serie, 2= Regulator
PID paralel, ');
select=input('                               3=Regulator PID mixt  : ');
disp(' ')

switch select

case 1

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru kp, ki si kd: (ex: 20, 30,
0.016 )

disp(' ')
disp('          %%%% Pentru Regulatorul de tip PID  serie
%%%%%%%%')
disp('      Se fixeaza kp, ki, kd. Coeficientii nefolositi
se iau zero.  ')
disp(' ')
kp  = input('    Factorul de amplificare = ');
ki  = input('    Coeficientul de integrare, 1/Ti = ');
kd  = input('    Coeficientul de derivare = ');

contr=tf(kp*[kd 1+ki*kd ki],[1 0]);
bode(contr,'k',motor,'r',contr*motor,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);
pert_cl=feedback(motor,contr);

% Raspunsul la un semnal treapta este:
step(sist_cl,'r',0.2)
grid
pause

step(pert_cl,'r',0.2)
grid

```

```

pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor regulatorului PID (DA=1
sau NU=0)? :');
disp(' ')
end

case 2

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru kp, ki si kd: (ex: 17, 600,
0.15 )
%

disp(' ')
disp('          %%%% Pentru Regulatorul de tip PID paralel
%%%%%%%%')
disp(' Se fixeaza kp, ki, kd. Coeficientii nefolositi
se iau zero. ')
disp(' ')
kp = input(' Factorul de amplificare = ');
ki = input(' Coeficientul de integrare, 1/Ti = ');
kd = input(' Coeficientul de derivare = ');

contr=tf([kd kp ki],[1 0]);
bode(contr,'k',motor,'r',contr*motor,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);
pert_cl=feedback(motor,contr);

% Raspunsul la un semnal treapta este:
step(sist_cl,'r',0.2)
grid
pause

step(pert_cl,'r',0.2)
grid
pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor regulatorului PID (DA=1
sau NU=0)? :');
disp(' ')
end

```

```

case 3

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru kp, ki si kd: (ex: 20, 50,
0.005 )

disp(' ')
disp('          %%%% Pentru Regulatorul de tip PID mixt
%%%%%%%%')
disp(' Se fixeaza kp, ki, kd. Coeficientii nefolositi
se iau zero. ')
disp(' ')
kp = input(' Factorul de amplificare = ');
ki = input(' Coeficientul de integrare, 1/Ti = ');
kd = input(' Coeficientul de derivare = ');

contr=tf(kp*[kd 1 ki],[1 0]);
bode(contr,'k',motor,'r',contr*motor,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);
pert_cl=feedback(motor,contr);

% Raspunsul la un semnal treapta este:
step(sist_cl,'r',0.2)
grid
pause

step(pert_cl,'r',0.2)
grid
pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor regulatorului PID (DA=1
sau NU=0)? :');
disp(' ')
end
end

disp(' ')
alege=input('Doriti alegerea altui tip de regulator ? (DA=1
sau NU=0)? :');
disp(' ')
end

```

- Se va introduce regulatorul cu structura generală PID serie și se va face o acordare a acestuia în vederea obținerii performanțelor impuse.
- Se vor determina parametrii de acord pentru structurile de regulator PID paralel și PID mixt, analizând de fiecare dată performanțele obținute.
- Se va realiza modelul motorului în SIMULINK și se va face o simulare a funcționării acestuia în buclă deschisă. Modelul este „L6_motor_p.mdl”, Fig.18, iar simularea în buclă deschisă se va face cu „L6_motor_p_ol.mdl” (open loop), Fig.19.

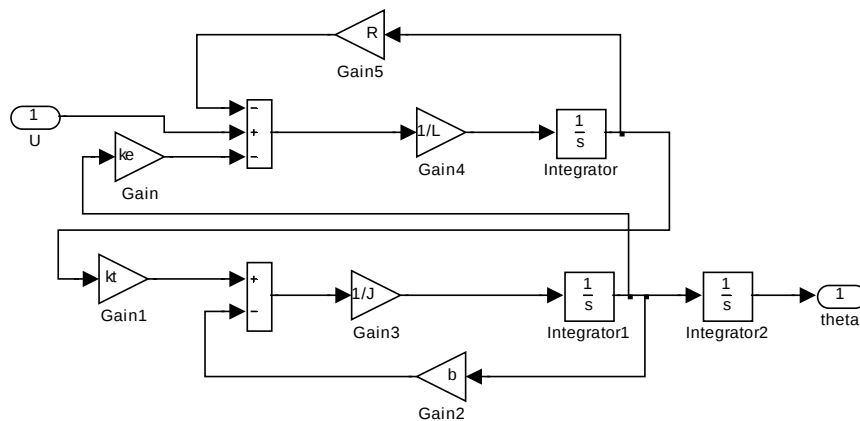


Fig.18. Modelul L6_motor_p.mdl

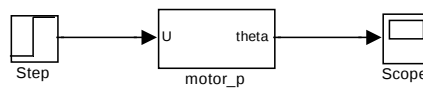


Fig.19. Modelul L6_motor_p_ol.mdl

Tehnica reglării și control automat

- Se închide apoi bucla cu reacție negativă unitară, Fig.20, și se simulează comportarea sistemului.

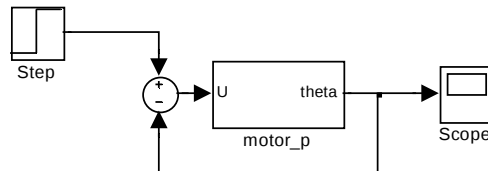


Fig.20. Modelul L6_motor_p_cl.mdl

- Se introduce regulatorul PID pe calea directă a sistemului de reglare și se dau parametrilor acestuia diverse valori prin introducerea lor în programul „L6_motor_p_param.m”.
- Se simulează comportarea prin „L6_motor_p_pid.mdl”, Fig.21. Simularea de la punctul anterior poate fi făcută folosind acest model dar luând acțiunea proporțională unitară iar componentele integrală și derivativă nule.

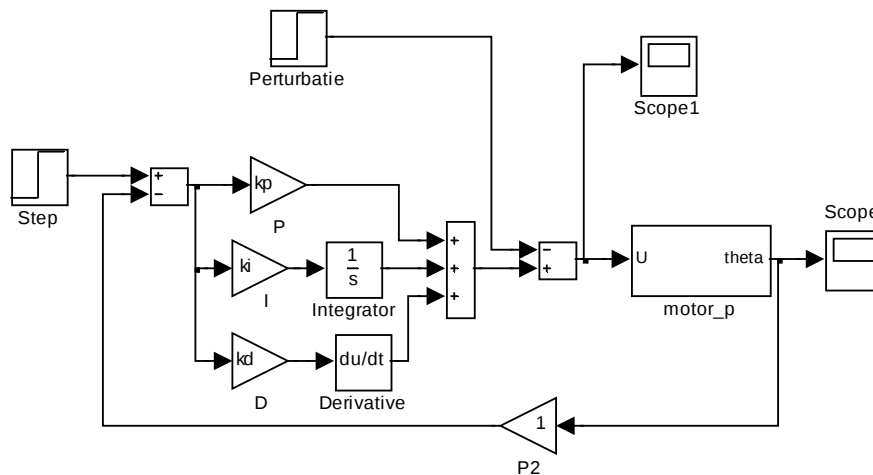


Fig.21. Modelul L6_motor_p_pid.mdl

```
##### L6_motor_p_param.m #####
```

```
J=3.2284e-6;  
b=3.5077e-6;  
K=0.0274;  
R=4;  
L=2.75e-6;  
ke=K;  
kt=K;  
kp=17;  
ki=600;  
kd=0.15;
```

- Se vor trage concluzii cu privire la rezultatele obținute, atât în MATLAB cât și în SIMULINK.