

LUCRAREA 7

CONTROLUL TURAȚIEI UNUI MOTOR DE CURENT CONTINUU

Motorul de curent continuu este frecvent utilizat ca element de execuție al unui sistem de reglare automată.

Mărimea sa de ieșire poate fi considerată fie viteza unghiulară de rotație a arborelui de ieșire, fie poziția unghiulară a acestuia. Vom considera în acest caz că mărimea de ieșire este viteza unghiulară a rotorului, deci a arborelui motorului. Această mișcare de rotație poate și ușor transformată, dacă este necesar, într-o mișcare de translație.

Considerăm motorul având structura simplificată dată în Fig.1.

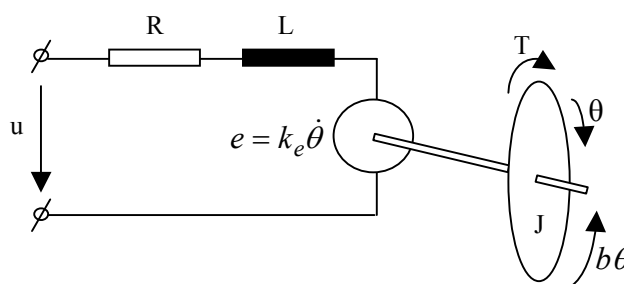


Fig.1. Structura sistemului

Circuitul rotoric este evidențiat prin rezistența ohmică a înfășurării indusului, R și prin inductanța acestuia, L .

Se consideră, pentru studiu, următoarele valori :

- Momentul de inerție, $J = 0.01 \text{ [kg m}^2/\text{s}^2]$
- Coeficientul de frecare vâscoasă, $b = 0.1 \text{ [Nms]}$
- Constantele $k_e = k_t = k = 0.01 \text{ [Nm/A]}$
- Rezistența rotorică, $R = 1 \text{ [\Omega]}$,
- Inductanța rotorică, $L = 0.5 \text{ [H]}$

Mărimea de intrare în sistem este tensiunea de alimentare, u , iar mărimea de ieșire este viteza unghiulară a axului rotorului, $\omega = \dot{\theta}$, unde θ este poziția unghiulară a arborelui motorului.

Se dorește obținerea următoarelor performanțe de către sistemul de reglare automată ce se va obține prin includerea motorului într-o buclă cu reacție negativă unitară ce are pe calea directă un corector sau un regulator PID.

- Timp de răspuns $t_r \leq 2$ [s];
- Suprareglare maximă 5 %;
- Eroare staționară în raport cu referința sub 1 %;

Modelul matematic al motorului supus controlului de viteză

Cuplul motor este dat de relația:

$$T = k_t i \quad (1)$$

iar tensiunea contraelectromotoare este:

$$e = k_e \dot{\theta} \quad (2)$$

Ecuatiile de echilibru mecanic și electric sunt:

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = ki \quad (3)$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = u - k\dot{\theta} \quad (4)$$

Trecând în transformate Laplace în condiții inițiale nule, avem:

$$s(Js + b)\theta(s) = kI(s) \quad (5)$$

$$(Ls + R)I(s) = U(s) - ks\theta(s) \quad (6)$$

Eliminând curentul între cele două relații se obține:

$$\frac{s(Ls + R)(Js + b)}{k}\theta(s) + ks\theta(s) = U(s) \quad (7)$$

Ținând cont că $\Omega(s) = \dot{\theta}(s) = s\theta(s)$ rezultă:

$$\frac{(Ls + R)(Js + b)}{k}\Omega(s) + k\Omega(s) = U(s) \quad (8)$$

Se obține funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{k}{(Ls + R)(Js + b) + k^2} \quad (9)$$

Dacă se consideră mărimea de stare $x = \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix}$, atunci se poate scrie reprezentarea motorului în spațiul stărilor sub forma:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -b/J & k/J \\ -k/L & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L \end{bmatrix} u \\ y = \omega &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

Rezultă matricile:

$$A = \begin{bmatrix} -b/J & k/J \\ -k/L & -R/L \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Pentru a se obține răspunsul motorului în buclă deschisă, avem:

```
num = k;
den = [J*L J*R+L*b b*R+k^2];
moto r= tf(num,den);
```

iar răspunsul indicial este:

```
step (motor,'r',4)
grid
```

Dacă reprezentarea este în spațiul stărilor, vom avea:

```
A = [-b/J k/J;-k/L -R/L];
B = [0;1/L];
C = [1 0];
D = 0;
motor = ss (A,B,C,D);
```

Răspunsul indicial, în acest caz, va fi dat de:

```
step (motor,4)
grid
```

Trecerea de la spațiul stărilor la funcția de transfer se face prin:

```
[num,den] = ss2tf (A,B,C,D)
```

Analizând răspunsul indicial al motorului se constată că acesta este destul de lent și are valoarea de regim staționar:

$$\omega_{st} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Omega(s) = \frac{k}{bR + k^2} \cong \frac{1}{k} = 0.1 \quad (12)$$

Rezultă că pentru un semnal de intrare de 1V se obține o viteză de rotație de 0.1 rad/s.

Este necesară introducerea motorului într-o buclă de reglare automată care să permită obținerea vitezei de rotație dorite.

Schema bloc a sistemului de reglare automată a vitezei motorului este dată în Fig.2, unde:

```
R(s) = referința [rad/s];
C(s) = funcția de transfer a controlerului;
G(s) = funcția de transfer a motorului;
ε(s) = eroarea;
Y(s) = Ω(s) = mărimea de ieșire.
```

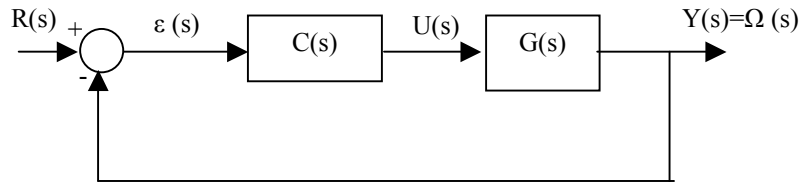


Fig.2. Schema bloc a sistemului de reglare

Controlerul $C(s)$ poate fi un regulator cu structura generală PID sau poate fi un compensator cu întârziere de fază. Aceste două situații vor fi analizate în cele ce urmează.

Sistem de reglare cu compensator cu întârziere de fază

Se prezintă în continuare modalitatea de calcul a unui compensator cu întârziere de fază, având funcția de transfer

$$C(s) = \frac{1 + Ts}{1 + \beta Ts}, \text{ cu } \beta > 1. \quad (13)$$

Pentru determinarea amplificării suplimentare k ce trebuie asociată acestui element cu întârziere de fază, vom considera cerința impusă erorii staționare, de sub 1%.

Valoarea de regim staționar va avea expresia

$$\varepsilon_{st} = \frac{0.1k}{1 + 0.1k} < 0.01 \quad (14)$$

Rezultă un necesar de amplificare suplimentară de cel puțin $k=1000$.

Pentru determinarea parametrilor compensatorului se pleacă tot de la caracteristicile Bode ale sistemului deschis necompensat, obținute prin :

bode (motor)

Rezultă pentru sistemul în buclă deschisă, necompensat, marginea de fază și de amplificare infinite. Sistemul este stabil. Nu răspunde performanțelor impuse.

Pentru $\omega < 10$ rad/s, se poate obține o margine de fază de 60 [grade] numai prin creșterea amplificării.

Deoarece prin adăugarea corectorului pe calea directă se va introduce o întârziere de fază, rezultă că ar fi de dorit ca acțiunea corectorului (legată de întârzierea de fază să se manifeste în stânga acestei frecvențe de 10 rad/s.

Pentru dimensionarea corectorului vom considera o amplificare suplimentară $K=1000$ pentru satisfacerea cerințelor legate de eroarea în regim staționar. Pulsăția de frângere superioară a corectorului o vom considera cu o decadă în stânga pulsăției de 10 rad/s și anume vom considera $\omega_2 = 1$ [rad / s].

Pentru ca marginea de fază să rămână undeva la 60 grade, este necesar ca acest corector să-și modifice caracteristica atenuare-frecvență (asimptota de medie frecvență) pe durata a două decade, deci vom lua $\beta=100$. Va rezulta astfel un corector mai mult teoretic, știind faptul că implementarea practică a unui astfel de corector este dificil de realizat. Se poate face determinarea corectorului și pentru $\beta=50$, redimensionând în mod corespunzător amplificarea suplimentară.

Caracteristicile Bode pentru aceste valori ale parametrilor corectorului sunt date în Fig.3.

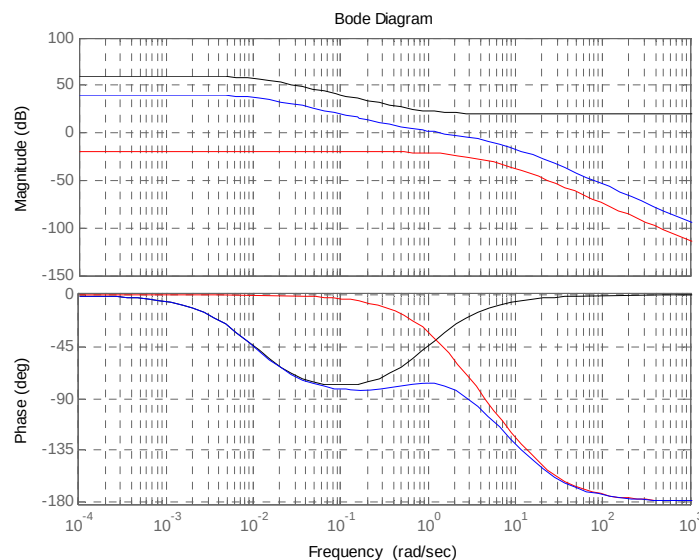


Fig.3. Caracteristicile Bode

Prin utilizarea acestor valori pentru corectorul cu avans de fază și trasarea caracteristicilor Bode va rezulta un necesar suplimentar de amplificare pentru realizarea unei margini de fază de 60 grade.

Pentru a obține această margine de fază, vom determina de pe caracteristicile Bode pulsația pentru care se obține această margine de fază. Rezultă valoarea de 7.67 rad/s.

La această valoare a pulsației avem o atenuare de -13.8 dB. Rezultă un necesar suplimentar de amplificare de $10^{(13.8/20)} = 4.897$. Valoarea amplificării la reluarea datelor corectorului va fi deci $K = 4897$. Pentru această nouă situație caracteristicile Bode sunt prezentate în Fig.4.

Rezultă pentru sistemul închis o suprareglare de 5% și un timp de răspuns 2% de numai 1.83 s. Aceasta este structura căutată pentru corectorul cu întârziere de fază. Se constată că sistemul este destul de lent. Răspunsul indicial al sistemului compensat este prezentat în Fig.5.

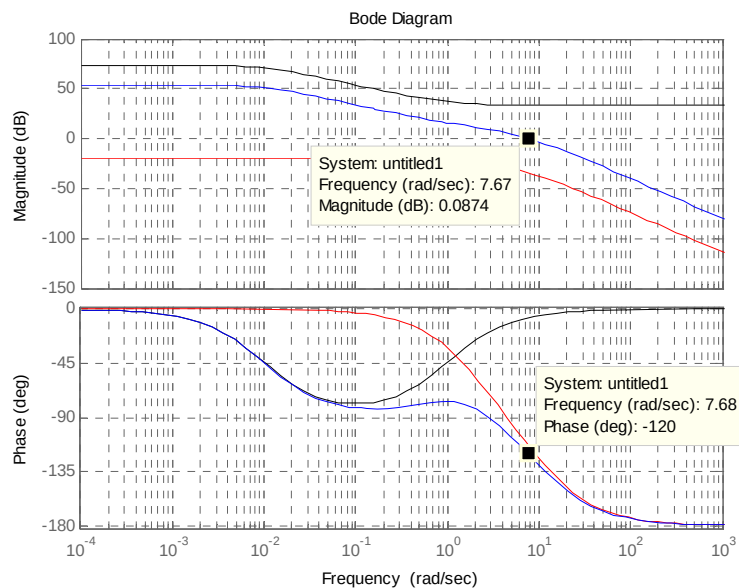


Fig.4. Marginea de fază

Se poate deduce expresia finală a funcției de transfer a corectorului, ținând cont că avem:

$$C(s) = K \frac{1 + Ts}{1 + \beta Ts} = K \frac{1}{\beta} \frac{s + 1/T}{s + 1/\beta T} = K \frac{1}{\beta} \frac{s + \omega_2}{s + \omega_1} = K \frac{1}{100} \frac{s + 1}{s + 0.01} \quad (15)$$

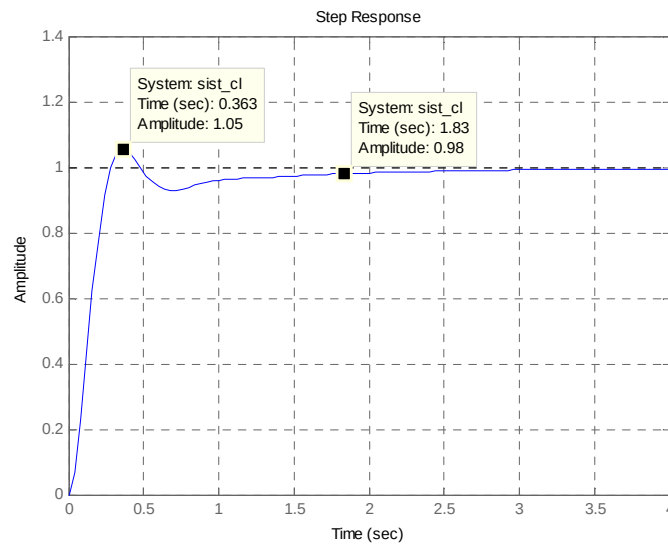


Fig.5. Răspunsul indicial al sistemului corectat

Sistem de reglare cu regulator PID serie

Legea de reglare pentru un regulator PID serie este de forma:

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s}\right) (1 + s k_d) = \frac{k_p k_d s^2 + k_p (1 + k_i k_d) s + k_p k_i}{s} \quad (16)$$

Structura regulatorului, în MATLAB, este de forma:

$$\text{contr} = \text{tf}(k_p * [k_d \ 1 + k_i * k_d \ k_i], [1 \ 0])$$

Regulator de tip P

Pentru a se obține un regulator de tip P va trebui să se anuleze acțiunea integrală și cea derivativă, adică avem $k_i = 0$, $k_d = 0$. Se

consideră $k_p = 100$. Se va analiza modul în care se deplasează caracteristicile Bode în această situație.

Răspunsul indicial al sistemului în această situație este:

step (sist_cl,'r',4)
grid

Sistemul va avea eroare staționară. Se analizează modul în care se modifică eroarea staționară la modificarea factorului de amplificare.

Regulator PID serie

Analizând caracteristicile Bode pentru sistemul inițial, vom putea îmbunătăți performanțele sistemului prin introducerea unui regulator PID serie având pulsații de frângere ale caracteristicii atenuare-frecvență apropiate (sau chiar identice) situate în jurul valorii de 10 rad/s.

Rezultă $k_i=10$, $k_d=0.1$. Vom considera amplificarea unitară $k_p=1$. Timpul de răspuns este complet nesatisfăcător. Trebuie crescută banda de trecere a sistemului închis prin creșterea factorului de amplificare al regulatorului.

Pentru a putea construi parametrii regulatorului, considerăm pentru început necesitatea obținerii unei margini de fază de 60 grade, în condițiile stabilite anterior. Se observă din caracteristicile Bode, Fig.6, că marginea de fază de 60 grade va putea fi realizată pentru pulsația de 12.3 rad/s, atenuarea fiind de -33.6 dB. Vom crește amplificarea încât să avem pentru această frecvență o atenuare de 0 dB. Rezultă un necesar de amplificare de 47.8.

Vom verifica din nou caracteristicile Bode și răspunsul indicial. Pentru această nouă valoare a factorului de amplificare răspunsul indicial este prezentat în Fig.7. Timpul de răspuns este bun dar suprareglarea este prea mare, undeva la 20%.

Vom putea diminua suprareglarea prin creșterea acțiunii derivate. Acest lucru se poate face treptat, asociat chiar cu o ușoară diminuare a acțiunii integrale. O valoare convenabilă este $k_d=0.25$. Se obține o suprareglare de numai 4% și un timp de răspuns 2% de numai 0.4 s. Pentru aceste valori finale ale parametrilor de acord răspunsul indicial este prezentat în Fig.8.

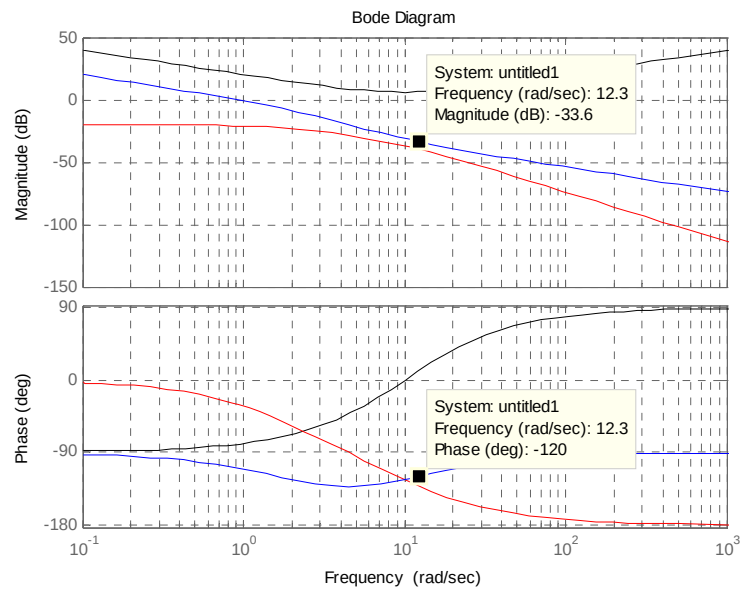


Fig.6. Caracteristicile Bode

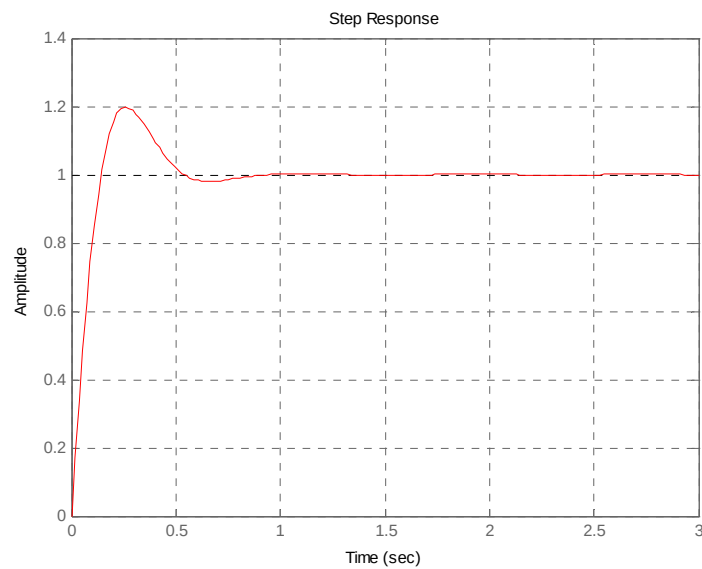


Fig.7. Răspunsul indicial

Se pot obține, în această zonă, și alte valori ale parametrilor de acord ai regulatorului PID serie care satisfac criteriile de performanță impuse inițial.

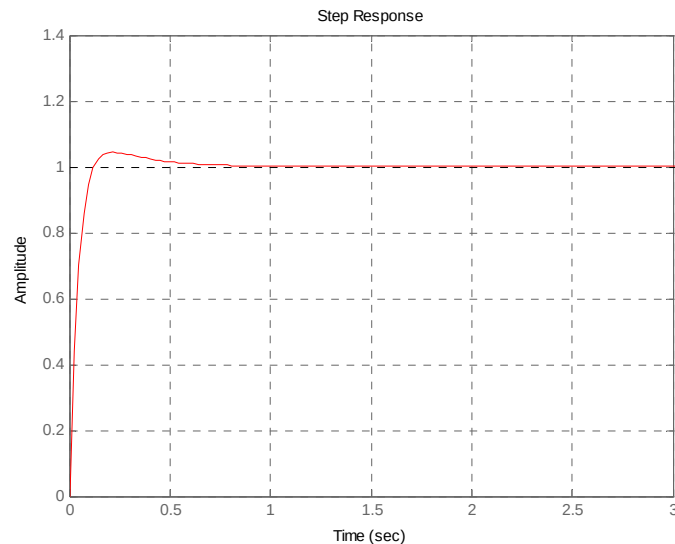


Fig.8. Răspunsul indicial al sistemului corectat

Sistem de reglare cu regulator PID paralel

Se consideră structura generală a regulatorului PID (paralel) de forma:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + sk_d = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (17)$$

În MATLAB, structura controlerului (regulatorului) se dă prin:

```
contr = tf([kd kp ki],[1 0]);
```

iar sistemul în buclă închisă (closed loop) este de forma:

```
sist_cl = feedback (contr*motor,1);
```

Parametrii regulatorului pot fi determinați dacă se analizează caracteristicile Bode ale sistemului deschis, necompensat, și se impun valori corespunzătoare pentru marginile de fază, de amplificarea și pentru

banda de trecere în concordanță cu performanțele impuse sistemului de reglare.

Cel mai simplu poate fi determinată pe aceste cosiderente structura unui regulator serie, luând pentru început $k_p=1$, și alegând valorile pentru k_i și k_d astfel încât caracteristicile Bode (în buclă deschisă) ale sistemului compensat să fie cele dorite. De la structura serie se poate trece foarte simplu la oricare altă structură de regulator PID (paralel sau mixtă) ținând cont de legătura dintre coeficienții diverselor legi de reglare considerate.

Pentru a ilustra modul în care parametrii regulatorului influențează comportarea sistemului, vom considera regulatorul PID având structura paralel. Pe baza acestei structuri, putem realiza orice combinație dorim între acțiunile regulatorului prin simpla alegere a parametrilor acestuia.

Regulator de tip PID paralel

O altă variantă de lucru pentru acordarea acestui regulator paralel este de a începe prin a introduce o amplificare $k_p = 100$, luând $k_i = k_d = 1$. Se trasează răspunsul indicial pentru un timp mai mare (400 s), deoarece timpul de răspuns al sistemului pentru aceste valori ale parametrilor regulatorului este foarte mare.

Pentru reducerea timpului de răspuns este necesară creșterea coeficientului de integrare k_i , echivalentă cu reducerea timpului de integrare T_i . Vom considera $k_i = 200$. Analizând răspunsul indicial în această situație, se constată că acesta este mult îmbunătățit, cu un timp de răspuns sub 2 s, dar cu suprareglare mare, de peste 20%.

Pentru a se reduce suprareglarea, se va crește componenta integrală la $k_d = 10$. Se constată că răspunsul indicial este corespunzător cerințelor impuse, deci se vor putea adopta pentru regulatorul paralel valorile de acordare $k_p = 100$, $k_i = 200$ și $k_d = 10$.

Desfășurarea lucrării

- Se va studia sistemul propus și se va analiza comportarea acestuia, mai întâi în buclă deschisă iar apoi în buclă închisă, fără compensator. Programul în MATLAB este „L7_motor_vm”.

```
##### L7_motor_vm.m #####
```

```
% Program pentru controlul vitezei unui
% motor de cc utilizand corectoare cu avans de faza
% intarziere de faza sau reglatoare PID

J = 0.01;
b = 0.1;
K = 0.01;
R = 1;
L = 0.5;
r=1;

num = K;
den = [J*L J*R+L*b b*R+K^2];
motor = tf(num,den)

step(motor,'r',4)
grid
pause

% Caracteristicile Bode
bode(motor)
pause

alege=1;
while alege==1
disp('Alegeti metoda : 1 = Corector cu intarziere de faza,
2 = Regulator PID serie, ');
disp('3 = Regulator PID paralel, 4 =
Regulator PID mixt, ');
select=input('5 = Corector cu avans de
faza : ');
disp(' ')
switch select

case 1
%%%%%%%%%%%%%% COMPENSATOR CU INTARZIERE DE FAZA
%%%%%%%%%%%%%%

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru comp: beta, K, w2 (ex. 50,
2500, 1
% sau 100, 4897, 1)

disp(' ')
disp('Pentru Compensatorul cu intarziere de faza :')
```

```

disp(' ')
beta = input('    Beta = ');
kp = input('    Factorul de amplificare = ');
w2 = input('    Pulsatia w2 = ');
w1 = w2/beta

disp(' ')
disp('Caracteristicile Bode sunt (vezi Figure 1) :')
disp(' ')
contr=tf(kp/beta*[1 w2],[1 w1]);
bode(contr,'k',motor,'r',contr*motor,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);

% Raspunsul la un semnal treapta este:

disp(' ')
disp('Raspunsul la un semnal treapta de viteza este :')
disp(' ')
step(sist_cl,4)
grid
pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor controlerului (DA=1 sau
NU=0)? :');
disp(' ')
end

case 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% REGULATOR PID SERIE %%%%%%%%%%

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru kp, ki si kd: (ex: 60, 5,
0.15 )

disp(' ')
disp('    %%% Pentru Regulatorul de tip PID serie
%%%%')
disp('    Se fixeaza kp, ki, kd. Coeficientii nefolositi
se iau zero. ')
disp(' ')
kp = input('    Factorul de amplificare = ');
ki = input('    Coeficientul de integrare, 1/Ti = ');
kd = input('    Coeficientul de derivare = ');

```

```

contr=tf(kp*[kd 1+ki*kd ki],[1 0]);
bode(contr,'k',motor,'r',contr*motor,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);

% Raspunsul la un semnal treapta este:
step(sist_cl,'r',3)
grid
pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor regulatorului PID (DA=1
sau NU=0)? :');
disp(' ')
end

case 3
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% REGULATOR PID PARALEL %%%%%%%%%%%%%%
rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru kp, ki si kd: (ex: 105, 300,
9)
%

disp(' ')
disp('          %%%%%%%%% Pentru Regulatorul de tip PID paralel
%%%%%%%%')
disp(' Se fixeaza kp, ki, kd. Coeficientii nefolositi
se iau zero. ')
disp(' ')
kp = input(' Factorul de amplificare = ');
ki = input(' Coeficientul de integrare, 1/Ti = ');
kd = input(' Coeficientul de derivare = ');

contr=tf([kd kp ki],[1 0]);
bode(contr,'k',motor,'r',contr*motor,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);

% Raspunsul la un semnal treapta este:
step(sist_cl,'r',3)
grid
pause

```

```

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor regulatorului PID (DA=1
sau NU=0)? :');
disp(' ')
end

case 4
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% REGULATOR PID MIXT %%%%%%%%%%%%%%

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru kp, ki si kd: (ex: 120, 2.6,
0.07 )

disp(' ')
disp('          %%%%%%%%% Pentru Regulatorul de tip PID mixt
%%%%%%%%')
disp('      Se fixeaza kp, ki, kd. Coeficientii nefolositi
se iau zero. ')
disp(' ')
kp = input('      Factorul de amplificare = ');
ki = input('      Coeficientul de integrare, 1/Ti = ');
kd = input('      Coeficientul de derivare = ');

contr=tf(kp*[kd 1 ki],[1 0]);
bode(contr,'k',motor,'r',contr*motor,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);

% Raspunsul la un semnal treapta este:
step(sist_cl,'r',3)
grid
pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor regulatorului PID (DA=1
sau NU=0)? :');
disp(' ')
end

case 5
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% COMPENSATOR CU AVANS DE FAZA %%%%%%%%%%%%%%

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru comp: alfa, K, w2 (ex 0.1,

```



```

12000, 100)

disp(' ')
disp('Pentru Compensatorul cu avans de faza :')
disp(' ')
alfa = input('    alfa = ');
kp = input('    Factorul de amplificare = ');
w2 = input('    Pulsatia w2 = ');
w1 = w2/alfa

disp(' ')
disp('Caracteristicile Bode sunt (vezi Figure 1) :')
disp(' ')
contr=tf(kp*[1 w2],[1 w1]);
bode(contr, 'k', motor, 'r', contr*motor, 'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*motor,1);

% Raspunsul la un semnal treapta este:

disp(' ')
disp('Raspunsul la un semnal treapta de viteza este :')
disp(' ')
step(sist_cl,4)
grid
pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor controlerului (DA=1 sau NU=0)? :');
disp(' ')
end
end

disp(' ')
alege=input('Doriti alegerea altei metode de lucru ? (DA=1 sau NU=0)? :');
disp(' ')
end
end

```

- Se va introduce regulatorul cu structura generală PID și se va face o acordare a acestuia în vederea obținerii performanțelor impuse.
- Se va realiza modelul motorului în SIMULINK și se va face o simulare a funcționării acestuia în buclă deschisă. Modelul este

„L7_motor_v.mdl”, Fig.9, iar simularea în buclă deschisă se va face cu „L7_motor_v_ol.mdl” (open loop), Fig.10.

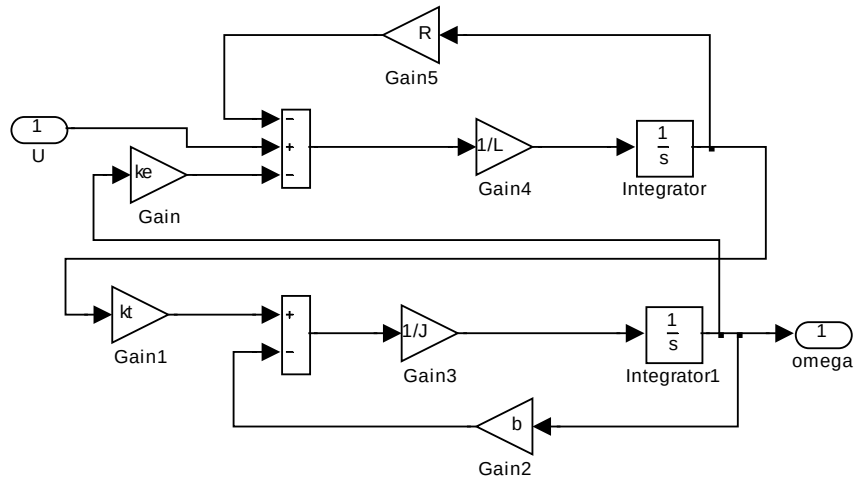


Fig.9. Modelul L7_motor_v.mdl

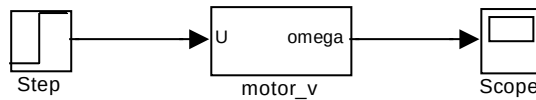


Fig.10. Modelul L7_motor_v_ol.mdl

- Se închide apoi bucla cu reacție negativă unitară și se simulează comportarea sistemului, Fig.11..

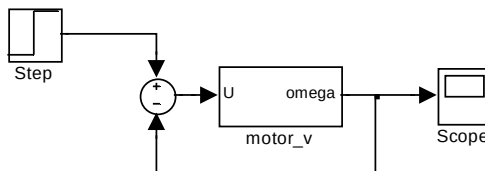


Fig.11. Modelul L7_motor_v_cl.mdl

- Se introduce regulatorul PID paralel pe calea directă a sistemului de reglare și se dau parametrilor acestuia diverse valori prin introducerea lor în programul „L7_motor_v_param.m”. Se simulează comportarea prin „L7_motor_v_pid.mdl”, Fig.12. Simularea de la punctul anterior poate fi făcută folosind acest model dar luând acțiunea proporțională unitară iar componentele integrală și derivativă nule. Se analizează influența parametrilor regulatorului asupra răspunsului sistemului.

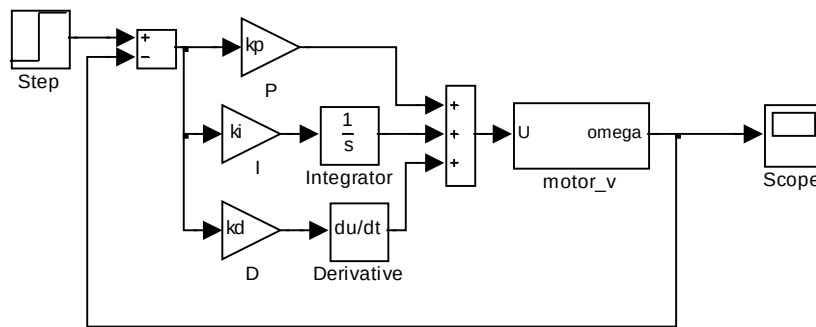


Fig.12. Modelul L7_motor_v_pid.mdl

L7_motor_v_param.m

```
J=0.01;
b=0.1;
K=0.01;
R=1;
L=0.5;
ke=K;
kt=K;
kp=100;
ki=200;
kd=10;
```

- Se simulează comportarea sistemului în buclă închisă în prezența compensatorului, prin „motor_v_comp.mdl”, Fig.13. Se analizează influența parametrilor compensatorului asupra răspunsului sistemului.

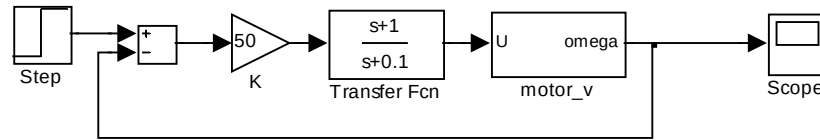


Fig.13. Modelul L7_motor_v_comp.mdl

- Se vor trage concluzii cu privire la rezultatele obținute, atât în MATLAB cât și în SIMULINK.