

LUCRAREA 8

CONTROLUL VITEZEI UNUI VEHICUL

Se consideră un vehicul de masă m , pentru care inerția roților este neglijată, forțele de frecare fiind proporționale cu viteza de deplasare v . Forța de tracțiune aplicată vehiculului este F . Sistemul considerat este reprezentat în Fig.1.

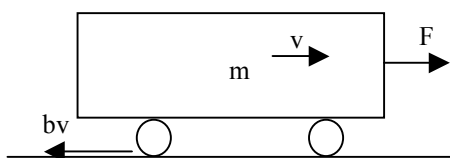


Fig.1. Structura sistemului

Echilibrul forțelor se scrie sub forma:

$$ma + bv = F ,$$

unde:

- a = accelerația dezvoltată de vehicul
- v = viteza vehiculului,
- b = coeficientul de frecare,
- m = masa vehiculului.

Se consideră că mărimea de ieșire pentru sistem este viteza v . Dacă forța de tracțiune este $F = 500$ [N] atunci, după parcurgerea unui regim tranzitoriu, vehiculul va atinge viteza $v = F / b = 10$ m/s. Se dorește ca vehiculul să accelereze până la această viteză în mai puțin de 5 [s].

Atunci când se utilizează un sistem de control (regulator) se dorește ca suprareglarea să nu depășească valoarea de 10 %. Se admite o eroare maximă de regim staționar de 2 %.

Transformata Laplace, în condiții inițiale nule, a ecuației ce descrie comportarea sistemului este (ținând cont că $a = \dot{v}$):

$$msV(s) + bV(s) = F(s) \quad (1)$$

de unde se obține funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + b} = \frac{\frac{1}{b}}{1 + \frac{m}{b} \cdot s} \quad (2)$$

Rezultă că funcția de transfer este a unui element cu întârziere de ordinul I, având factorul de amplificare și constanta de timp:

$$k = 1/b = 0.02; \quad T = m/b = 20 \text{ s} .$$

Dacă se consideră o reprezentare a sistemului în spațiul stărilor, considerând mărimea de stare $x = v$ iar mărimea de ieșire $y = \dot{v}$, se poate scrie:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= [-b/m][v] + [1/m]F \\ y &= [1][v] \end{aligned}$$

matricile corespunzătoare fiind:

$$A = [-b/m]; \quad B = [1/m]; \quad C = [1]; \quad D = [0].$$

Sistemul poate fi descris prin:

$$\begin{aligned} \text{num} &= [1/b]; \\ \text{den} &= [m/b \ 1]; \\ \text{sist} &= \text{tf}(\text{num}, \text{den}); \end{aligned}$$

Dacă se ține cont de reprezentarea în spațiul stărilor atunci sistemul poate fi descris prin funcția de transfer obținută prin:

$$\text{sist} = \text{ss2tf}(A, B, C, D)$$

Răspunsul sistemului în buclă deschisă se poate obține prin:

*step (F*sist,150)*
grid

unde $F = 500 \text{ N}$ iar 150 [s] reprezintă valoarea maximă a timpului de simulare.

Se constată că viteza vehiculului atinge valoarea $v = 10 \text{ [m/s]}$ după mai mult de 100 s . Fiind un element de ordinul I, răspunsul acestuia intră în banda de 5% (9.5 [m/s]) după trei constante de timp T , iar în banda de 2% (9.8 [m/s]) după $4T$.

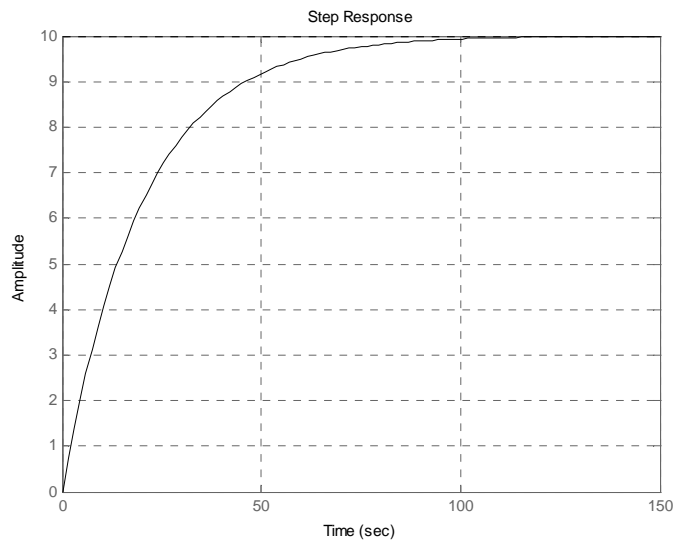


Fig.2. Răspunsul sistemului

Pentru atingerea obiectivelor impuse este necesară introducerea sistemului într-o buclă de reglare, ca în Fig.3.

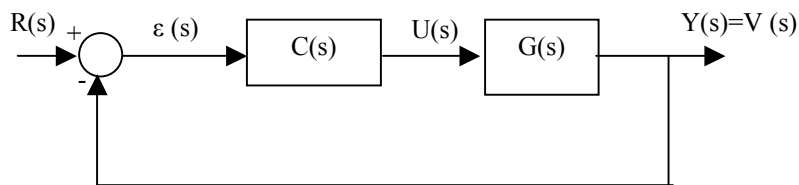


Fig.3. Sistemul corectat în buclă închisă

Deoarece viteza care trebuie atinsă este $v = 10$ [m/s], vom aplica sistemului în buclă închisă o treaptă de viteză de valoare $r = 10$ [m/s].

În această structură prin $C(s)$ definim compensatorul (corectorul) sau regulatorul având o funcție de transfer standard. Se poate utiliza un corector cu întârziere de fază sau un regulator serie sau paralel având o structură generală PID, prin particularizarea valorilor parametrilor putându-se obține un regulator de tip P, PI sau PID.

Controlul sistemului utilizând un compensator cu întârziere de fază

Pentru controlul vitezei vehiculului este necesară introducerea acestui ansamblu într-o buclă închisă, având pe calea directă un controler cu funcția de transfer $C(s)$, ca în Fig.3.

Este necesară introducerea unui corector cu întârziere de fază și amplificare având funcția de transfer de forma:

$$C(s) = k \frac{1+Ts}{1+\beta Ts} = k \frac{1}{\beta} \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} = k \frac{1}{\beta} \frac{s + \omega_2}{s + \omega_1} \quad (3)$$

Se poate introduce pentru început un corector cu întârziere de fază cu factor de amplificare unitar, $k = 1$. Valoarea maximă a defazajului introdus o considerăm de 45° . Rezultă $\beta = 1/0.1716$.

Pulsația pentru care se dorește intersectarea caracteristicii atenuare-frecvență cu linia de zero dB se consideră la valoarea $\omega = 6$ [rad/s].

Pulsația superioară de frângere a corectorului se ia $\omega_2 = 0.4$ [rad/s].

Rezultă $\omega_1 = \omega_2/\beta = 0.4*0.1716$ [rad/s].

Se obține pentru corector expresia:

$$C(s) = k \frac{1}{\beta} \frac{s + \omega_2}{s + \omega_1} = k * 0.1716 \frac{s + 0.4}{s + 0.4 * 0.1716} \quad (4)$$

Pentru $k = 1$, caracteristicile Bode ale sistemului necompensat (1), ale compensatorului (2) și ale sistemului compensat (3) sunt date în Fig.4.

Rezultă că, pentru pulsația $\omega = 6$ [rad/s], caracteristica atenuare-pulsație trebuie ridicată, prin creșterea factorului de amplificare k , cu valoarea de 90.7 dB, rezultând pentru factorul de amplificare valoarea $k = 10^{(90.7/20)} = 34277$.

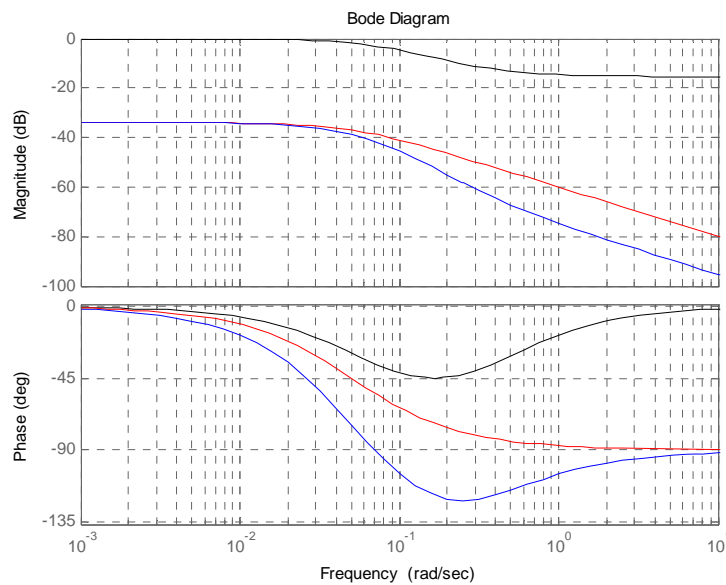


Fig.4. Caracteristicile Bode

Caracteristicile Bode ale sistemului necompensat (1), ale compensatorului (2) și ale sistemului compensat (3) pentru noua valoare a factorului de amplificare k sunt date în Fig.5.

Răspunsul sistemului la semnalul de intrare menționat este dat în Fig.6.

Compensatorul cu întârziere de fază astfel determinat nu este unic. Pot fi determinate și alte compensatoare de acest tip care să conducă la obținerea rezultatului dorit în privința îndeplinirii performanțelor impuse sistemului.

Un astfel de compensator ar putea fi obținut pentru $\beta = 10$, $\omega_2 = 0.3$ [rad/s], $\omega_1 = \omega_2/\beta = 0.03$ [rad/s], $k=12936$. (De studiat)

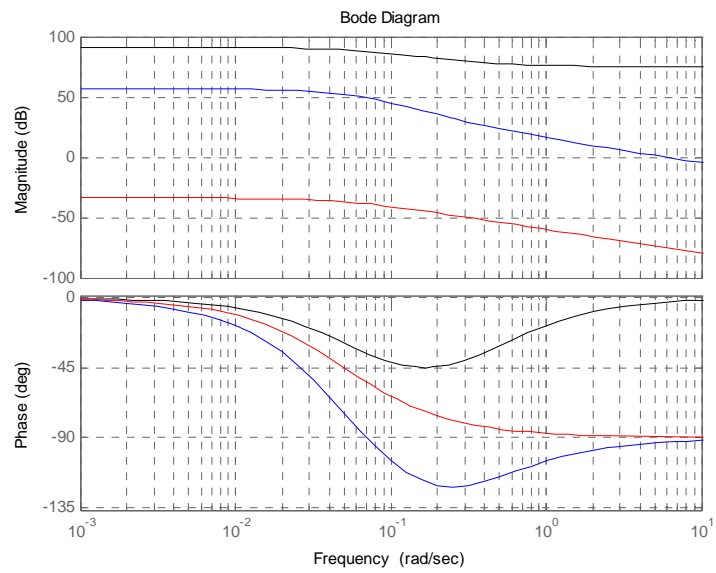


Fig.5. Caracteristicile Bode ale sistemului corectat

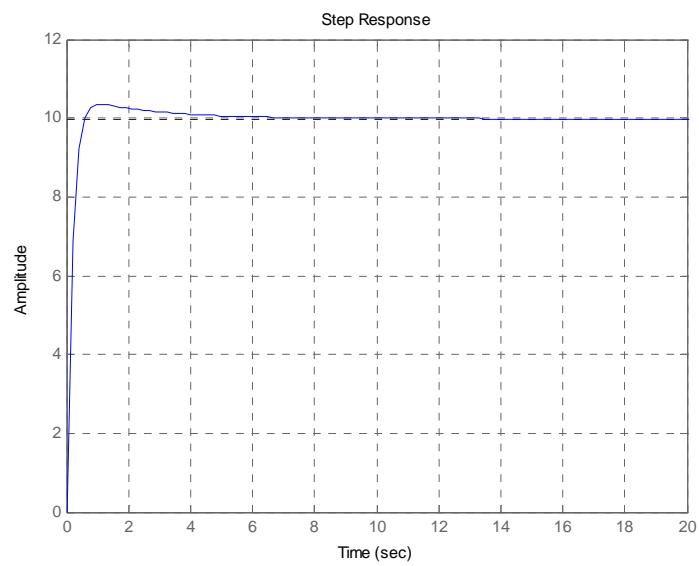


Fig.6. Răspunsul la semnalul treaptă

Controlul sistemului utilizând regulatoare clasice

• *Regulator PID cu structură serie*

Pentru structura de reglare considerată se utilizează un regulator P, PD sau PID având structura generală serie:

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s}\right) (1 + sk_d) = \frac{k_p k_d s^2 + k_p (1 + k_i k_d) s + k_p k_i}{s} \quad (5)$$

unde :

k_p = factorul de amplificare
 k_i = coeficientul de integrare (= $1/T_i$)
 k_d = coeficientul de derivare (= T_d).

Ținând cont de expresia numărătorului și numitorului funcției de transfer a controlerului (regulatorului), se poate scrie:

$$\text{contr} = \text{tf}(k_p * [k_d \ 1 + k_i * k_d \ k_i], [1 \ 0])$$

Pentru ameliorarea comportării sistemului este necesară introducerea unui regulator de tip P, PI sau PID.

Pentru determinarea răspunsului sistemului la un semnal de intrare treaptă, este necesară determinarea funcției de transfer a sistemului în buclă închisă. Acest lucru se poate face în MATLAB prin:

$$\text{sist_cl} = \text{feedback}(\text{contr} * \text{sist}, 1);$$

Răspunsul la un semnal de intrare treaptă de amplitudine r se poate obține prin comanda:

$$\text{step}(r * \text{sist_cl}, 'r', 10);$$

grid

Pentru regulatorul de tip P:

Funcția de transfer a căii directe, în prezența regulatorului de tip P este:

$$H(s) = k_p \frac{k}{1+Ts} = \frac{\frac{k_p k}{1+k_p k}}{1 + \frac{T}{1+k_p k} s}; \quad (6)$$

Rezultă pentru sistemul închis:

un factor de amplificare $k_0 = \frac{k_p k}{1+k_p k}$

și o constantă de timp $T_0 = \frac{T}{1+k_p k}$.

Eroarea staționară va fi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{st} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s (R(s) - Y(s)) = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left(1 - \frac{k_0}{1+T_0 s} \right) \frac{10}{s} = 10(1 - k_0) \end{aligned}$$

Răspunsul indicial se obține prin comanda:

`step (sist_cl,10)`

Eroarea staționară obținută prin calcul poate fi comparată cu cea obținută prin simulare. Se modifică factorul de amplificare al regulatorului și se analizează răspunsurile obținute.

Se consideră $k_p=500$, $k_i=k_d=0$;

Răspunsul la treapta de viteză de 10 [m/s] este dat în Fig.7.

Se constată o diminuare a timpului de răspuns și o micșorare a erorii staționare. De remarcat faptul că la creșterea factorului de amplificare eroarea staționară va scădea tot mai mult. Important este faptul că acest factor de amplificare nu poate fi crescut oricât (decât teoretic) datorită puterii limitate a motorului de antrenare a vehiculului. La fel se întâmplă și în cazul timpului de răspuns: nu vom putea atinge (practic) viteza de 10 m/s în câteva fracțiuni de secundă prin creșterea în continuare a factorului de amplificare.

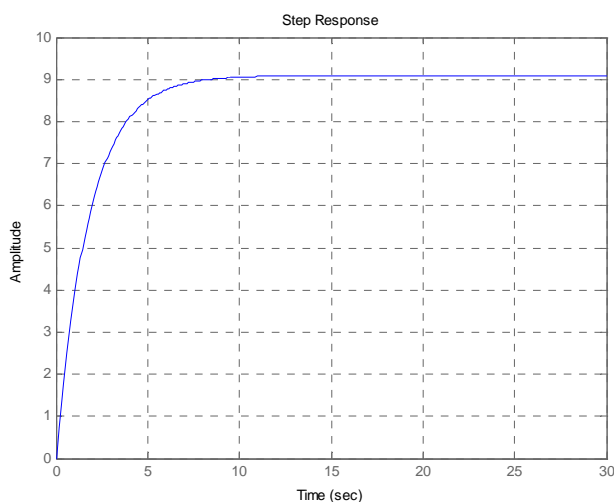


Fig.7. Răspunsul la semnal treaptă

Regulatorul PI:

Pentru acest tip de regulator, având structură PI serie, se are în vedere compensarea constantei de timp T a sistemului inițial prin intermediul coeficientului de integrare k_i , ($k_d=0$), deci regulatorul PI va avea o funcție de transfer de forma:

$$C(s) = k_p \left(1 + \frac{k_i}{s}\right) = k_p \left(1 + \frac{0.05}{s}\right) = k_p \left(1 + \frac{1}{20s}\right) \quad (7)$$

În acest fel, pe calea directă vom avea o funcție de transfer de forma:

$$C(s)G(s) = k_p \left(1 + \frac{0.05}{s}\right) \frac{0.02}{1 + 20s} = \frac{0.02 k_p}{20s}, \quad (8)$$

rezultând pentru funcția de transfer în buclă închisă expresia:

$$H_0(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} = \frac{0.02 k_p}{0.02 k_p + 20s} = \frac{1}{1 + \frac{20}{0.02 k_p} s} \quad (9)$$

unde

$$H(s) = C(s)G(s). \quad (10)$$

Funcția de transfer în buclă închisă are factor de amplificare 1 (deci eroare staționară nulă) iar constanta de timp a acesteia poate fi modificată prin intermediul lui k_p .

Pentru $k_p=800$, rezultă un răspuns la semnalul treaptă de viteză având forma din Fig.8.

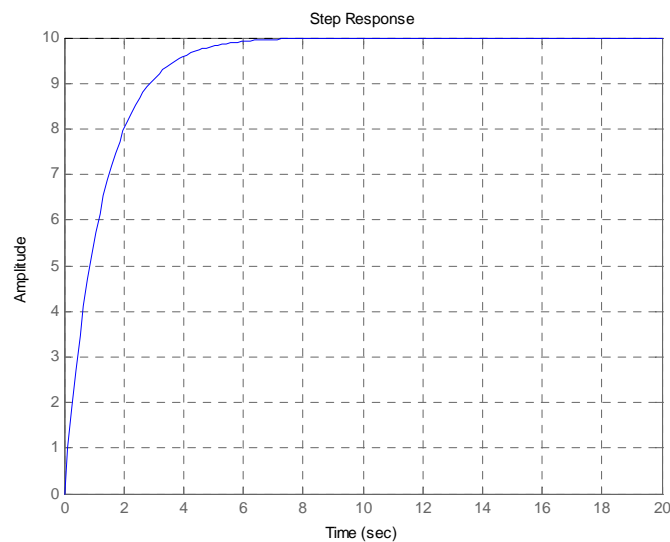


Fig.8. Răspunsul la semnal treaptă

Dacă se utilizează regulatorul PI și nu se urmărește compensarea constantei de timp a procesului prin intermediul componentei integrale, funcția de transfer a sistemului închis devine:

$$H_0(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} = \frac{k k_p (k_i + s)}{T s^2 + (1 + k k_p) s + k k_p k_i} \quad (11)$$

Valoarea de regim staționar este:

$$y_{st} = \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s H_0(s) R(s) = 10,$$

deoarece $R(s) = \frac{10}{s}$;

Rezultă că eroarea staționară este nulă, acest rezultat obținându-se și prin simulare numerică.

Alegerea parametrilor de acordare ai regulatorului de poate face pornind, mai întâi de la structura generală PID, luând $k_d = 0$ și $k_p = 1$. Parametrul k_i se alege astfel încât să avem pentru calea directă o modificare a caracteristicilor Bode în sensul dorit.

Regulatorul PID:

Coefficientul de integrare se alege pentru compensarea constantei de timp a sistemului, la fel ca în cazul regulatorului PI.

$$H_0(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} = \frac{0.02 k_p (1 + k_d s)}{0.02 k_p + (0.02 k_p k_d + 20) s} = \frac{1 + k_d s}{1 + (k_d + \frac{20}{0.02 k_p}) s} \quad (12)$$

Rezultă pentru sistem o comportare de element cu întârziere de ordinul întâi având și o componentă de tip derivativ. Răspunsul nu va mai pleca din zero, potrivit teoremei valorii inițiale Laplace ci din valoarea

$$y(0) = v(0) = \frac{k_d}{k_d + \frac{20}{0.02 k_p}} R. \quad (13)$$

Valoarea de regim staționar, potrivit teoremei valorii finale, va fi de 10 m/s, egală cu valoarea treptei de viteză considerată referință.

Pentru $k_p=1000$, $k_i=0.05$ și $k_d=0.1$, răspunsul are forma dată în Fig.9.

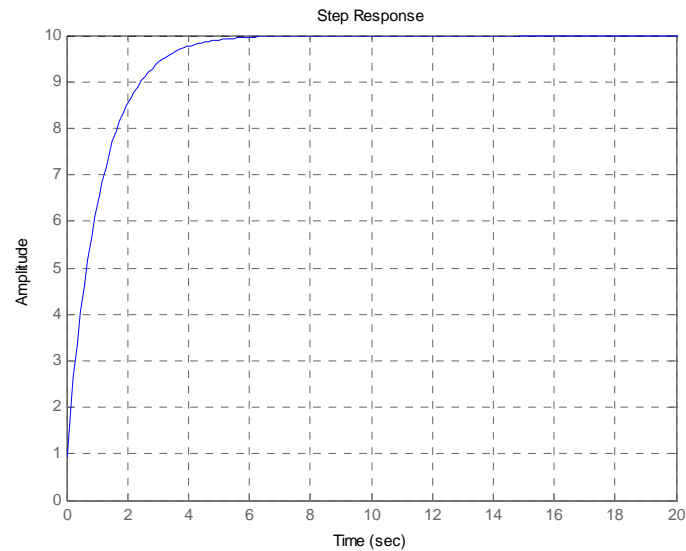


Fig.9. Răspunsul la semnal treaptă

Dacă prin introducerea regulatorului serie PID nu se urmărește compensarea constantei de timp a sistemului inițial, răspunsul sistemului închis va corespunde unui element de ordinul doi având funcția de transfer:

$$H_0(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)} = \frac{0.02 k_p (s + k_i)(1 + k_d s)}{s(1 + Ts) + 0.02 k_p (s + k_i)(1 + k_d s)} \quad (14)$$

Răspunsul sistemului depinde de valorile considerate pentru parametrii de acord și de valoarea polilor acestei funcții de transfer.

- *Regulator PID cu structură paralel*

Pentru acest tip de regulator se pot considera parametri calculați în secțiunea dedicată regulatorului serie. Acești parametri pot fi utilizați în cadrul programului în MATLAB dar și ca parametri pentru modelul realizat în MATLAB-SIMULINK.

Se consideră regulatorul având funcția de transfer $C(s)$ de tip paralel, adică:

$$C(s) = k_p + \frac{1}{sT_i} + sT_d = k_p + \frac{k_i}{s} + sk_d = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (15)$$

unde :

k_p = factorul de amplificare

T_i = constanta de timp de integrare

T_d = constanta de timp de derivare

k_i = coeficientul de integrare (= $1/T_i$)

k_d = coeficientul de derivare (= T_d).

Ținând cont de expresia numărătorului și numitorului funcției de transfer a controlerului (regulatorului), se poate scrie:

$$\text{contr} = \text{tf}([\text{kd } \text{kp } \text{ki}], [1 \ 0]);$$

Funcția de transfer a căii directe a sistemului compensat este de forma:

$$H(s) = C(s)G(s) \quad (16)$$

iar funcția de transfer în buclă închisă este:

$$H_0(s) = \frac{H(s)}{1 + H(s)}, \quad (17)$$

adică, scriind în MATLAB:

$$\text{sist_cl} = \text{feedback}(\text{contr} * \text{motor}, 1);$$

În funcție de tipul de regulator utilizat vom obține diferite răspunsuri ale sistemului de reglare automată.

Pentru regulatoarele de tip PI și PID care urmează a fi prezentate se consideră mai întâi o proiectare a acestora considerând o structură serie, bazată pe modificarea caracteristicilor Bode, după care se consideră o realizare de tip paralel a căror parametri se vor determina pe baza parametrilor obținuți pentru structura serie. Importantă este analiza poziționării polilor funcției de transfer a sistemului închis în prezența regulatoarelor și explicarea evoluției mărimii de ieșire a sistemului.

În acest caz, funcția de transfer în buclă închisă este de forma:

$$H_0(s) = \frac{H(s)}{1+H(s)} = \frac{k k_d s^2 + k k_p s + k k_i}{(T + k k_d)s^2 + (1 + k k_d)s + k k_i} \quad (18)$$

Și în această situație valoarea de regim staționar a mărimii de ieșire este egală cu 10 [m/s] iar eroarea staționară este nulă. Aspectul curbei de răspuns depinde de alegerea parametrilor regulatorului.

Desfășurarea lucrării

- Se va studia sistemul propus și se va analiza comportarea acestuia, mai întâi în buclă deschisă iar apoi în buclă închisă, fără compensator. Se închide bucla de reglare prin utilizarea pe calea directă a unui corector cu întârziere de fază sau a unui regulator PID serie. Programul în MATLAB este „L8_croaziera_m.m”.

L8_croaziera_m.m

```
% Controlul vitezei de croaziera a unui vehicul
% Sistemul este de ordinul I

clear

m=1000;
b=50;
F=500;
r=10;
num=[1];
den=[m b];
sist=tf(num,den);

% Raspunsul sistemului in bucla deschisa
clf
step(F*sist,150)
grid
pause

% Caracteristicile Bode pentru sistemul in
% bucla deschisa sunt:
bode(sist,'r')
pause
```

```

margin(sist)
pause

alege=1;

while alege==1
disp('Alegeti metoda : 1=Compensator cu intarziere de faza,
');
select=input('                               2=Regulator PID serie : ');
disp(' ')
switch select

case 1

%%%%%%%%%%%%%% COMPENSATOR CU INTARZIERE DE FAZA
%%%%%%%%%%%%%%

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru comp: beta, K, w2

disp(' ')
disp('   Pentru Compensatorul cu intarziere de faza :')
disp(' ')
beta = input('   Beta = ');
kp = input('   Factorul de amplificarea = ');
w2 = input('   Pulsatia w2 = ');
w1 = w2/beta

disp(' ')
disp('   Caracteristicile Bode sunt (vezi Figure 1) :')
disp(' ')
contr=tf(kp/beta*[1 w2],[1 w1]);
bode(contr,'k',sist,'r',contr*sist,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*sist,1);

% Raspunsul la un semnal treapta este:

disp(' ')
disp('   Raspunsul la un semnal treapta de viteza de 10 m/s
este :')
disp(' ')
step(r*sist_cl,20)
grid

```

```

pause

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor controlerului (DA=1 sau
NU=0)? ');
disp(' ')
end

case 2

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  REGULATOARE P, PD, PID
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Pentru regulator PID serie:

rasp=1;
while rasp==1
% Se introduc valorile pentru kp, ki si kd: (ex: , 10, 15)

disp(' ')
disp('   Pentru Regulatorul de tip PID serie')
disp(' ')
kp = input('   Factorul de amplificare = ');
ki = input('   Coeficientul de integrare, 1/Ti = ');
kd = input('   Coeficientul de derivare = ');

disp(' ')
disp('   Caracteristicile Bode sunt (vezi Figure 1) :')
disp(' ')
contr=tf(kp*[kd 1+ki*kd ki],[1 0]);
bode(contr,'k',sist,'r',contr*sist,'b');
pause

sist_cl=feedback(contr*sist,1);

% Raspunsul la un semnal treapta este:
disp(' ')
disp('   Raspunsul la un semnal treapta de viteza de 10 m/s
este :')
disp(' ')

rasp_tsim=1;

while rasp_tsim==1,
    tsim=input(' Introduceti timpul de simulare : ');
    disp(' ')
    step(r*sist_cl,tsim)

```



```
grid
pause
disp(' ')
rasp_tsim=input(' Doriti alt timp de simulare ? (DA=1
sau NU=0)? : ');
disp(' ')

end

step(r*sist_cl,tsim)
grid

disp(' Parametrii de acord ai regulatorului PID paralel
sunt:')
Kp = kp*(1+ki*kd)
Ki = kp*ki
Kd = kp*kd

disp(' ')
rasp=input('Doriti reluarea datelor regulatorului PID (DA=1
sau NU=0)? : ');
disp(' ')
end
end

disp(' ')
alege=input('Doriti alegerea altei metode de lucru ? (DA=1
sau NU=0)? : ');
disp(' ')
end
```

- Se rulează programul „L8_croaziera_param.m” prin care se introduc valorile numerice ale parametrilor sistemului inițial.
- Se va realiza modelul sistemului în SIMULINK și se va face o simulare a funcționării acestuia în buclă deschisă. Modelul este „L8_croaziera.mdl”, Fig.10, iar simularea în buclă deschisă se va face cu „L8_croaziera_ol.mdl” (open loop), Fig.11.

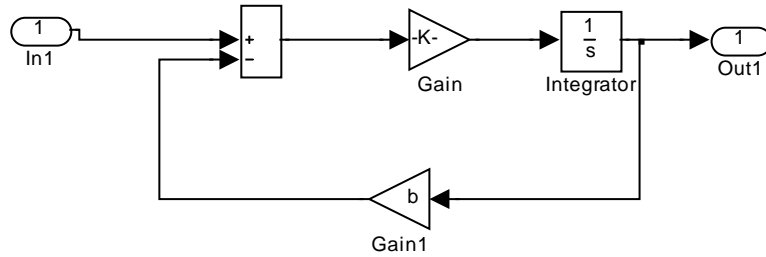


Fig.10. Modelul L8_croaziera.mdl

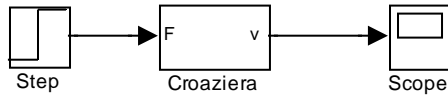


Fig.11. Modelul L8_croaziera_ol.mdl

- Se închide apoi bucla cu reacție negativă unitară și se simulează comportarea sistemului, Fig.12.

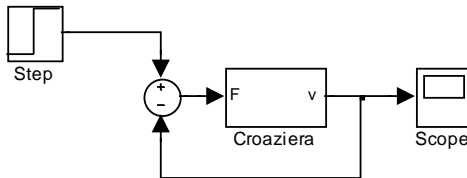


Fig.12. Modelul L8_croaziera_cl.mdl

- Se realizează modelul pentru sistemul având pe calea directă un corector cu întârziere de fază ca în Fig.13.

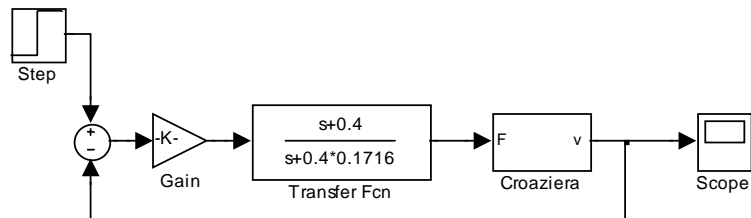


Fig.13. Modelul L8_croaziera_comp.mdl

- Se introduce regulatorul PID paralel pe calea directă a sistemului de reglare și se dau parametrilor acestuia diverse valori prin introducerea lor în programul „croaziera_param.m”.

L8_croaziera_param.m

```
m=1000;
b=50;
F=500;
kp=3890; %800
ki=3890; %40
kd=0;
```

- Se simulează comportarea prin „L8_croaziera_pid.mdl” , Fig.14. Simularea de la punctul anterior, a sistemului simplu în buclă închisă, poate fi făcută folosind acest model dar luând acțiunea proporțională unitară iar componentele integrală și derivativă nule. Se analizează influența parametrilor regulatorului asupra răspunsului sistemului. Se analizează diferitele tipuri de reglatoare: P, PI, PID.

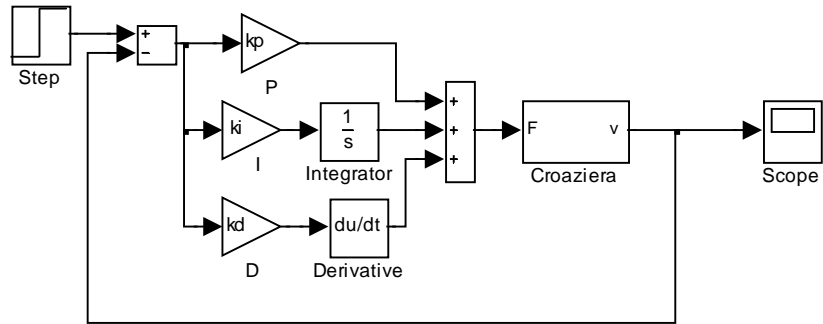


Fig.14. Modelul L8_croaziera_pid.mdl

- Se vor trage concluzii cu privire la rezultatele obținute, atât în MATLAB cât și în SIMULINK.