

$$\frac{Y_m}{U_m} = M(\omega_0) = |H(\omega_0)|; \varphi(\omega_0) = \arg H(j\omega_0) \quad (2.384)$$

Deci **modulul raspunsului la frecventa** este egal cu raportul dintre amplitudinea oscilatiei de la iesire si amplitudinea oscilatiei de la intrare, iar **argumentul** sau este egal **cu faza oscilatiei de la iesire**.

Pe baza **raspunsului la frecventa s-a dezvoltat metoda** de analiza si sinteza a sistemelor dinamice, denumita **metoda frecventiala**.

#### 2.4.2.2. Reprezentari grafice ale raspunsului la frecventa ale sistemelor monovariabile netede

Raspunsul la frecventa  $H(j\omega)$  este o functie complexa de variabila reala  $\omega$ . Se utilizeaza reprezentarile grafice:

a) În planul complex  $H_R(\omega)$ ,  $jH_I(\omega)$  se traseaza hodograful fazorului  $H(j\omega)$ , pentru  $\omega \in \mathbf{R}$  care se denumeste *loc de transfer* al raspunsului la frecventa. Locul de transfer este o curba în planul  $H(j\omega)$  gradata în valori ale pulsatiei  $\omega$ , fig. 2.55.

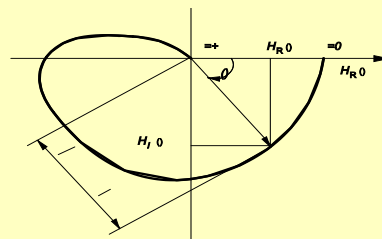


Fig. 2.55

b) Se reprezinta grafic separat functiile  $M(\omega)$  si  $\varphi(\omega)$  pentru  $\omega \in [0, \infty)$  sau functiile  $H_R(\omega)$  si  $H_I(\omega)$  pentru  $\omega \in [0, \infty)$ .

$M(\omega)$  si  $\varphi(\omega)$  se denumesc **caracteristica modul-frecventa**, respectiv **caracteristica faza-frecventa**.

$H_R(\omega)$  și  $H_I(\omega)$  se denumesc **caracteristica reala de frecvență**, respectiv, **caracteristica imaginara de frecvență**.

c) Se reprezintă **grafic caracteristica modul-faza**, luând în **abscisa faza  $\varphi(\omega)$**  iar în **ordonata modulul  $M(\omega)$**  și se gradează curba în valori ale lui  $\omega$ . O asemenea caracteristică se numește **locul lui Black**.

d) Se trasează grafic  $M(\omega)$  și  $\varphi(\omega)$  în **coordonate logaritmice**. Aceste caracteristici constituie **diagrama Bode**.

#### 2.4.2.2.1 Locul de transfer al răspunsului la frecvență

Răspunsul la frecvență  $H(j\omega)$  fiind transformata Fourier a unei funcții reale (răspunsul la impuls) satisface relațiile

$$H(-j\omega) = \overline{H(j\omega)}$$

$$H_R(-\omega) = H_R(\omega); H_I(-\omega) = -H_I(\omega) \quad (2.395)$$

$$M(-\omega) = M(\omega); \varphi(-\omega) = -\varphi(\omega).$$

Deci partea reală  $H_R(\omega)$  este o funcție pară, iar partea imaginară  $H_I(\omega)$  este o funcție impară.  $M(\omega)$  este o funcție pară, iar  $\varphi(\omega)$  este o funcție impară.

Rezultă **ca locul de transfer este simetric** față de axa reală.

**Locul pentru pulsații pozitive  $\omega \in [0, \infty)$  numit și loc de transfer pozitiv. Locul de transfer negativ**, corespunzător pulsațiilor negative  $\omega \in (-\infty, 0)$  **va fi simetricul față de axa reală a locului de transfer pozitiv.**

Intersecțiile locului de transfer cu cele două axe se obțin rezolvând ecuațiile:

$$H_R(\omega) = 0; H_I(\omega) = 0. \quad (2.396)$$

#### **Locul de transfer în domeniul frecvențelor foarte mari**

Forma locului de transfer în domeniul frecvențelor foarte mari va depinde de diferența  $m - n$ .

Pentru  $\omega$  tinzând la infinit se obtine

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow \infty} H(j\omega) &= \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} \dots + b_1 j\omega + b_0}{(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 j\omega + a_0} = \\ &= \lim_{\omega \rightarrow \infty} b_m(j\omega)^{m-n} = b_m e^{j(m-n)\frac{\pi}{2}} \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^{m-n}. \end{aligned} \quad (2.397)$$

Pentru  $m - n \geq 1$ ,  $|H(j\omega)| = \infty$  pentru  $\omega \rightarrow \infty$ , locul de transfer tinde la infinit tangent la semi-axa de unghi  $\varphi = (m - n)\pi/2$  daca  $\text{sgn } b_m = +1$  sau  $\varphi = +(m - n)\pi/2 + \pi$  daca  $\text{sgn } b_m = -1$ .

Pentru  $m - n = 0$ ,  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} H(j\omega) = b_m = \text{constant}$

deci punctul corespunzator apartine axei reale, pe semi-axa pozitiva daca  $\text{sgn}(b_m) = 1$  sau pe semi-axa negativa daca  $\text{sgn}(b_m) = -1$ .

Pentru  $m - n \leq -1$ , locul de transfer ajunge în origine fiind tangent la semi-axa de argument

$$\varphi = -(n - m)\pi/2 \quad \text{daca } \text{sgn}(b_m) = +1$$

$$\varphi = -(n - m)\pi/2 + \pi \quad \text{daca } \text{sgn}(b_m) = -1$$

Atât pentru  $m - n \geq 1$  cât și pentru  $m - n \leq -1$  se pune în evidență o periodicitate de 4. Pentru  $\text{sgn}(b_m) > 0$  și  $-4 \leq m - n \leq 4$ , în fig. 2.56 se prezintă forma locului de transfer la frecvențe foarte mari, în toate situațiile posibile.

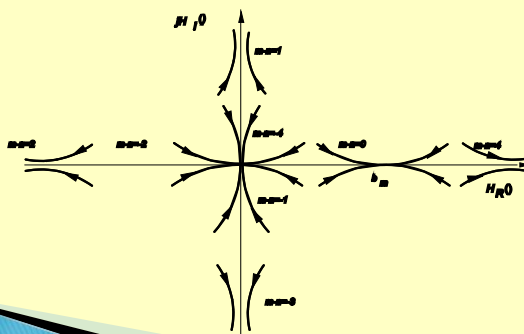


Fig. 2.56

### Locul de transfer în domeniul frecvențelor foarte mici

Se considera ca locul de transfer  $H(j\omega)$  are în origine un pol de multiplicitate  $\alpha$ , conform relației

$$H(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{(j\omega)^\alpha [a_l(j\omega)^l + a_{l-1}(j\omega)^{l-1} + \dots + a_0]} =$$

$$= \frac{b_0}{a_0} (j\omega)^{-\alpha} \left[ \frac{b_m'(j\omega)^m + \dots + b_r'(j\omega) + I}{a_l'(j\omega)^l + \dots + a_r'(j\omega) + I} \right]; \quad l + \alpha = n \geq m. \quad (2.398)$$

Forma locului de transfer în domeniul frecvențelor mici va depinde de  $\alpha$ . Astfel pentru  $\omega \rightarrow 0$ , din (2.398) se obține

$$\lim_{\omega \rightarrow 0_+} H(j\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0_+} \frac{b_0}{a_0} (j\omega)^{-\alpha} = k e^{-j\alpha \frac{\pi}{2}} \lim_{\omega \rightarrow 0} \omega^{-\alpha} \quad (2.399)$$

Pentru  $\alpha = 0$ ,  $H(0_+) = \text{constant}$ , aparține axei reale.

Pentru  $\alpha \leq -1$ ,  $|H(j\omega)|_{\omega=0_+} = 0$ , locul de transfer pentru  $\omega \rightarrow 0$  ajunge în originea axelor, fiind tangent (în origine) la semi-axa de argument

$$\varphi = -\alpha\pi/2 \quad \text{daca } \text{sgn } k = +1$$

$$\varphi = -\alpha\pi/2 + \pi \quad \text{daca } \text{sgn } k = -1 \quad (2.400)$$

Pentru  $\alpha \geq 1$ ,  $|H(j\omega)|_{\omega=0_+} = \infty$ , locul de transfer tinde la infinit, tangent la semi-axa de argument

$$\varphi = -(\alpha)\pi/2 \quad \text{daca } \text{sgn } k = +1$$

$$\varphi = -(\alpha)\pi/2 + \pi \quad \text{daca } \text{sgn } k = -1 \quad (2.401)$$

În cazul când  $\alpha = +1$  se poate arăta ca  $|H_R(0_+)|$  este finit, iar  $|H_I(0_+)| = \infty$ , deci locul de transfer va avea ca asimptotă dreaptă de abscisa  $H_R(0_+)$ . Pentru aceasta se scrie  $H(j\omega)$  sub forma următoare

$$H(j\omega) = \frac{k \prod_{k=1}^m [d_k(j\omega) + 1]}{j\omega \prod_{i=1}^l [c_i(j\omega) + 1]} \quad (2.401)$$

În relația (2.400) se amplifică cu conjugata numitorului în membrul drept și se **separa partea reală și partea imaginară**.

$$H(j\omega) = \frac{k}{j\omega} \frac{1 + j\omega \left[ \sum_{k=1}^m d_k - \sum_{i=1}^n c_i \right] + (j\omega)^2 [\dots]}{1 + \omega^2 \sum_{i=1}^n c_i^2 + \dots} \quad (2.401)$$

$$H_R(0_+) = \lim_{\omega \rightarrow 0_+} \operatorname{Re} H(j\omega) = k \left[ \sum_{k=1}^m d_k - \sum_{i=1}^l c_i \right] = K. \quad (2.402)$$

$$H_I(0_+) = \lim_{\omega \rightarrow 0_+} \operatorname{Im} H(j\omega) = k e^{-\frac{j\pi}{2}} \lim_{\omega \rightarrow 0_+} \frac{1}{\omega} \quad (2.403)$$

Pentru  $\alpha \leq -1$  și pentru  $\alpha \geq 1$  se pune în evidență o periodicitate de 4. În fig. 2.57 se prezintă **forma locului de transfer pentru  $\omega \rightarrow 0_+$** , pentru toate situațiile  $-4 \leq \alpha \leq 4$ , și  $\operatorname{sgn} k = +1$ .

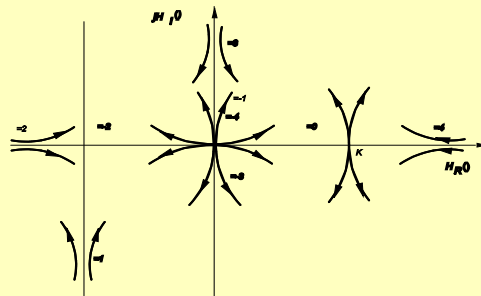


Fig. 257

**Exemplul 2.22.** Să se traseze locul de transfer pentru sistemul linear constant monovariabil descris de funcția de transfer

Raspunsul la frecventa al sistemului este

$$H(j\omega) = \frac{9(j\omega + 2)}{j\omega(j\omega + 1)(j\omega + 3)}. \quad (2.406)$$

Deoarece  $n - m = 2$ , pentru  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $H(j\omega)$  tinde catre originea sistemului de axe tangent la semiaxa reala negativa. Deoarece  $\alpha = +1$  pentru  $\omega \rightarrow 0$ ,  $H(j\omega)$  tinde la  $\infty$ , tangent la dreapta paralela cu axa imaginara de abscisa  $K = -5$ . Se separa partea reala  $H_R(\omega)$  si partea imaginara  $H_I(\omega)$  din  $H(j\omega)$  si vor rezulta relatiile de mai jos

$$H_R(\omega) = \frac{-9(5 + \omega^2)}{16\omega^2 + (3 - \omega^2)^2}$$

$$H_I(\omega) = \frac{-9(2\omega^2 + 6)}{\omega [16\omega^2 + (3 - \omega^2)^2]}$$

Tabelul de valori este prezentat mai jos

$\omega$	$0_+$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$
$H_R(\omega)$	-5	-2.7	-1.5	0
$H_I(\omega)$	$-\infty$	-3.6	-1.3	0

Locul de transfer este reprezentat în fig. 2.58.

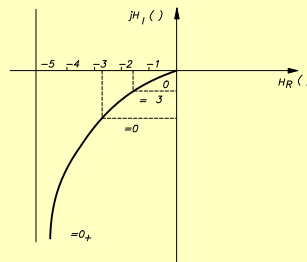


Fig.2.58

### 2.4.2.2.2. Caracteristici de frecventa. Diagrama Bode

- ▶ Caracteristicile de frecventa se reprezinta de obicei în coordonate rectangulare simple.
- ▶ Caracteristicile  $M(\omega)$  si  $\varphi(\omega)$  se pot reprezenta si în **coordonate logaritmice**. Se introduce o masura a amplificarii sistemului (a modulului  $M(\omega)$ ) definita prin (2.407)

$$A_{dB}(\omega) = 20 \lg M(\omega) \quad (2.407)$$

$A_{dB}(\omega)$  se numeste **atenuare** si se masoara cu o **unitate de masura a amplificarii**, introdusa în mod artificial, numita **decibel** si **notata dB**. Astfel, de exemplu, pentru o amplificare de 1000 corespunde o atenuare de 60 dB.

Caracteristica  $A_{dB}(\omega)$  se numeste **caracteristica atenuare-frecventa** si se reprezinta luând în ordonata o **scara liniara pentru atenuarea în decibeli**.

Pentru **caracteristica faza-frecventa** în ordonata se iau valorile fazei  $\varphi$  exprimate în **grade sau în radiani**.

**Perechea de caracteristici:  $A_{dB}(\omega)$  - atenuare-frecventa si  $\varphi(\omega)$ -faza-frecventa reprezinta diagrama Bode** sau caracteristicile logaritmice de frecventa.

#### Avantaje:

1. În cazul sistemelor formate din **elemente conectate în serie**, operatiilor de multiplicare le corespund în diagrama Bode operatii de **sumare algebrica**. Astfel pentru  $n$  elemente înseriate raspunsul la frecventa se poate exprima în forma

$$H(j\omega) = H_1(j\omega)H_2(j\omega)\cdots H_n(j\omega) = \prod_{k=1}^n |H_k(j\omega)| e^{j\varphi_k(\omega)} =$$

$$\left[ \prod_{k=1}^n |M_k(\omega)| \right] e^{j \sum_{k=1}^n \varphi_k(\omega)} = M(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (2.408)$$

$$M(\omega) = \prod_{k=1}^n M_k(\omega); \quad \varphi(\omega) = \sum_{k=1}^n \varphi_k(\omega) \quad (2.409)$$

Logaritmând expresia modulului și înmulțind-o cu 20 se obține

$$A_{dB}(\omega) = \sum_{k=1}^n A_{kdB}(\omega) \quad (2.410)$$

Pentru **elementele conectate în serie atenuarea rezultanta este suma atenuarilor elementelor componente**, iar **faza rezultanta  $\varphi(\omega)$  este egală cu suma fazelor respectivelor elemente**.

2. Pe diagrama Bode apare **posibilitatea trasării** mult mai **usoare** a caracteristicii  $A_{kdB}(\omega)$  a fiecărui element  $k$  cu ajutorul celor **două asimptote determinate** pentru **frecvențele foarte mici și pentru frecvențele foarte mari**.

3. **Utilizarea caracteristicilor logaritmice de frecvență** permite **cuprinderea unor domenii mai întinse de valori pentru pulsația  $\omega$** .

În cazul elementelor cu funcții de transfer racionale care admit zerourile  $z_1, z_2, \dots, z_m$  și respectiv polii  $p_1, p_2, \dots, p_n$  presupuse reale și distincte, se poate scrie

$$H(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{b_m (s - z_1) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad (2.411)$$

Se definesc constantele de timp

$$T_i = -\frac{1}{p_i}, \quad T_l' = -\frac{1}{z_l}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (2.412)$$

Funcția de transfer (2.411) devine



$$H(s) = \frac{b_m \left( \prod_{l=1}^m (-z_l) \right) \left[ \prod_{l=1}^m (T_l' s + 1) \right]}{\left( \prod_{i=1}^n (-p_i) \right) \left[ \prod_{l=1}^m (T_l s + 1) \right]} = \frac{k_1 \left[ \prod_{l=1}^m (T_l' s + 1) \right]}{\left[ \prod_{l=1}^m (T_l s + 1) \right]} \quad (2.413)$$

$$k_1 = \frac{b_m \left( \prod_{l=1}^m (-z_l) \right)}{\left( \prod_{i=1}^n (-p_i) \right)}$$

Raspunsul la frecventa al sistemului rezulta din (2.413) pentru  $s = j\omega$

$$H(j\omega) = \frac{k_1 \left[ \prod_{l=1}^m (T_l' j\omega + 1) \right]}{\left[ \prod_{l=1}^m (T_l j\omega + 1) \right]} \quad (2.415)$$

Modulul raspunsului la frecventa va fi

$$M(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{k_1 \left[ \prod_{l=1}^m |(T_l' j\omega + 1)| \right]}{\left[ \prod_{l=1}^m |(T_l j\omega + 1)| \right]} = \frac{k_1 \prod_{l=1}^m \sqrt{T_l'^2 \omega^2 + 1}}{\prod_{i=1}^n \sqrt{T_i^2 \omega^2 + 1}} \quad (2.416)$$

iar atenuarea se poate scrie

$$A_{dB}(\omega) = 20 \lg k_1 + \sum_{l=1}^m 20 \lg \sqrt{1 + T_l'^2 \omega^2} - \sum_{i=1}^n 20 \lg \sqrt{1 + T_i^2 \omega^2} \quad (2.417)$$

Pentru trasarea rapida a caracteristici atenuare-frecventa pentru fiecare termen elementar de forma

$$A_{k,dB}(\omega) = 20 \lg \sqrt{1 + T_k^2 \omega^2} \quad (2.418)$$

se determina asimptotele pentru  $\omega \rightarrow 0$  si  $\omega \rightarrow \infty$ . Aceste asimptote sunt

$$A_{k,dB}(\omega) = 0, \quad \omega \leq \frac{1}{T_k} \quad \text{de panta nula si} \quad (2.419)$$

$$A_{kdB}(\omega) = 20 \lg \omega T_k, \quad \omega \geq \frac{1}{T_k} \quad (2.420)$$

de panta 20 dB/decada.

Din (2.417) rezulta ca se poate obtine **caracteristica atenuare rezultanta** prin **însurarea algebrica a caracteristicilor termenilor elementari**.

$$A_{dB}(\omega) = 20 \lg k_1 + \sum_{i=1}^m 20 \lg T_i' \omega - \sum_{i=1}^n 20 \lg T_i \omega$$

$$\omega T_i' \geq \frac{1}{T_i'}, \quad \omega T_i \geq \frac{1}{T_i} \quad (2.421)$$

unde în  $\sum_{i=1}^r (\cdot)$  sunt cuprinsi numai termenii din suma (2.417) pentru care, la acea valoare a lui  $\omega$ ,  $T_k \omega \gg 1$ .

Deci daca  $\omega$  variaza de la 0 la  $\infty$ , la fiecare valoare a pulsatiei  $\omega_k = 1/T_k$  în sumele din membrul drept apare un termen si deci se modifica panta caracteristicii asimptotice de frecventa.

**Punctele de abscisa**  $\omega_l = 1/T_l'$  si  $\omega_i = 1/T_i$  se numesc **puncte de frângere** ale caracteristicii. Deoarece din însurarea a doua functii liniare continue de panta  $m_1$  si  $m_2$  se obtine o functie liniara continua de panta  $m_1 + m_2$ , rezulta din (2.417) ca se poate reprezenta **caracteristica atenuare-frecventa asimptotica** printr-o **linie frânta**. **Modificarile de panta** sunt de **+ 20 dB/dec** în punctele de frângere corespunzatoare termenilor pozitivi (respectiv **zerourilor**  $\omega_l = 1/T_l' = -z_l$ ) si de **- 20 dB/dec** în punctele de frângere corespunzatoare termenilor negativi (respectiv **polilor functiei de transfer**  $\omega_i = 1/T_i = -p_i$ ).

Pentru frecventele foarte joase  $\omega \leq \min\{\omega_l, \omega_i; l = \overline{1, m}; i = \overline{1, n}\}$

caracteristica atenuare-frecventa are asimptota

$$A_{dB}(\omega) = 20 \lg k_1 \quad (2.422)$$

Cu aceste date se poate trasa caracteristica atenuare-frecventa dupa urmatorul algoritm:

- Se trec pe axa absciselor punctele de frângere.
- Se traseaza asimptota de joasa frecventa (2.422).
- La fiecare punct de frângere panta caracteristicii creste cu 20 dB/dec fata de valoarea precedenta, daca punctul de frângere corespunde unui zerou, respectiv scade cu 20 dB/dec daca punctul de frângere corespunde unui pol al functiei de transfer .

*Exemplul 2.23.* Se considera o functie de transfer de forma

$$H(s) = \frac{k_1(2s+1)(0,5s+1)}{(100s+1)(10s+1)(0,1s+1)} \quad (2.423)$$

- Punctele de frângere au urmatoarele abscise:

$$\omega_1 = 1/100 = 0,01 \text{ [rad/sec]}; \quad \omega_2 = 1/10 = 0,1 \text{ [rad/sec]};$$

$$\omega_3 = 1/2 = 0,5 \text{ [rad/sec]}; \quad \omega_4 = 1/0,5 = 2 \text{ [rad/sec]};$$

$$\omega_5 = 1/0,1 = 10 \text{ [rad/sec]};$$

$\omega_3, \omega_4$  corespund zerourilor, iar  $\omega_1, \omega_2, \omega_5$  corespund polilor functiei de transfer.

- Asimptota de joasa frecventa (2.422) se traseaza pentru  $\omega < \omega_1 = 0,01$  [rad/sec].

- Pantele caracteristicii asimptotice au valorile:

$$m_0 = 0 \text{ pentru } \omega \in [0, \omega_1);$$

$$m_1 = m_0 - 20 \text{ dB/dec} = -20 \text{ dB/dec pentru } \omega \in (\omega_1, \omega_2);$$

$$m_2 = m_1 - 20 \text{ dB/dec} = -40 \text{ dB/dec pentru } \omega \in (\omega_2, \omega_3);$$

$$m_3 = m_2 + 20 \text{ dB/dec} = -20 \text{ dB/dec pentru } \omega \in (\omega_3, \omega_4);$$

$$m_4 = m_3 + 20 \text{ dB/dec} = 0 \text{ dB/dec pentru } \omega \in (\omega_4, \omega_5);$$

$$m_5 = m_4 - 20 \text{ dB/dec} = -20 \text{ dB/dec pentru } \omega \in (\omega_5, \infty).$$

*Caracteristica asimptotica atenuare-frecventa corespunzatoare sistemului (2.423) este reprezentata în fig. 2.59.*

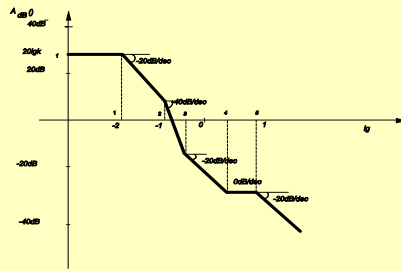


Fig. 2.59

Tinând seama de (2.415) caracteristica faza-frecventa se determina cu relatia

$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \arg H(j\omega) = \sum_{l=1}^m \arg(1 + T_l' j\omega) - \sum_{i=1}^n \arg(1 + T_i j\omega) = \\ &= \sum_{l=1}^m \arctg(T_l' \omega) - \sum_{i=1}^n \arctg(T_i \omega)\end{aligned}\quad (2.424)$$

Pentru a obtine caracteristica faza-frecventa rezultanta se însumeaza algebric sau grafic caracteristicile faza-frecventa ale termenilor elementari.

Cand în functia de transfer (2.411), **apare un zero sau un pol de ordinul de multiplicitate  $\mu$** , în raspunsul la frecventa apare un factor de de forma

$$(1 + jT_k \omega)^\mu \quad \text{respectiv} \quad \frac{1}{(1 + jT_k \omega)^\mu} \quad (2.426)$$

Acestor termeni le corespund **asimptote de înalta pulsatie  $\omega > 1/T_k$**  de forma

$$A_{dB}(\omega) = 20\mu \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_k^2} = 20\mu \lg \omega T_k \quad (2.427)$$

$$A_{dB}(\omega) = -20\mu \lg \sqrt{1 + \omega^2 T_k^2} = -20\mu \lg \omega T_k \quad (2.428)$$

Daca în functia de transfer (2.411) **apare un pol în origine de multiplicitate  $\alpha$** , aceste functii se pot exprima prin

$$H(s) = \frac{kH_1(s)}{s^\alpha} \quad (2.429)$$

iar raspunsul la frecventa este

$$H(j\omega) = \frac{kH_1(j\omega)}{(j\omega)^\alpha} \quad (2.430)$$

În acest caz **asimptota în domeniul frecventelor mici ( $\omega \rightarrow 0$ )** se va calcula cu relatia

$$A_{dB}(\omega) = 20 \lg k - 20\alpha \lg \omega \quad (2.431)$$

Panta acestei asimptote este

$$m_0 = A_{dB}(10\omega_0) - A_{dB}(\omega_0) = -20\alpha \text{ dB/dec.} \quad (2.432)$$

Aceasta asimptota trece prin punctul de coordonate  $\lg \omega = 0$ ,  $A_{dB}(1) = 20 \lg k$  si trasarea ei se face usor (fig. 2.60).

Caracteristica faza-frecventa pentru (2.430) este

$$\varphi(\omega) = -\frac{\alpha\pi}{2} + \arg H_1(j\omega) \quad (2.433)$$

Rezulta ca **polul în origine introduce un defazaj egal cu  $-\pi/2$**  pentru tot domeniul de pulsatii.

### Indici de performanta ai sistemelor dinamice

Se considera o forma tipica a raspunsului indicial  $y(t) = w(t)$  prezentata în fig. 2.67.

Valoarea stationara a marimii de iesire este notata  $y_s = w_s = H_R(0)$ .

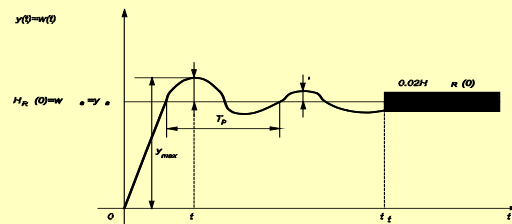


Fig. 2.67