În fig. 1.37 sunt evidentiate efectul operatiilor de deplasare a semnalului *f(k)*, fig. 1.37.*a*, cu un pas în avans, fig. 1.37.*b*, respectiv cu un pas înapoi, fig. 1.37.*c*.

Prin aplicarea repetata a acestor operatori se pot defini deplasari cu un numar oarecare de pasi prin

$$g = q^{i} f \rightarrow g(k) = f(k+i),\ k \geq 0 \qquad (1.81)$$

$$g = q^{-i} f \rightarrow g(k) = \begin{cases} 0 & k = \overline{0, i-1} \\ f(k-i), & k \geq i \end{cases} \qquad (1.82)$$

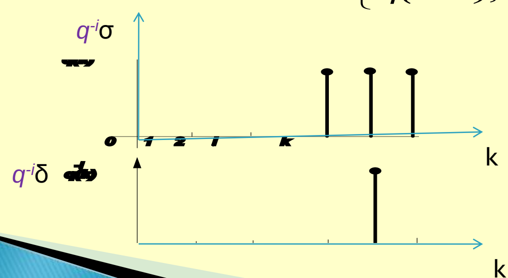


Fig. 1.38

1.3.4.2.4. Conversia numeric- analogica

- Pentru **procesele continue** conduse **cu calculatoare numerice** se utilizeaza **modele discrete**. **Comenzile** elaborate de calculator sunt constituite din **siruri de valori discrete *u(k)*.** Aceste comenzi trebuie transformate într-un **semnal continuu** sub **forma functiei scara** $\bar{u}(t)$ constanta pe fiecare perioada de esantionare.
- Calculatorul preleveaza informatii despre marimea de iesire continua *y(t)* la momente discrete de timp, deci calculatorul „vede” doar sirul de valori *y(k)* din momentele de esantionare.

Transformarea **sir de valori** $\Rightarrow$ **functie continua de tip scara** se numeste ***conversie numeric - analogica***, iar **dispozitivul fizic** care o realizeaza se numeste ***convertor numeric - analogic***, fig. 1.39.*a*.

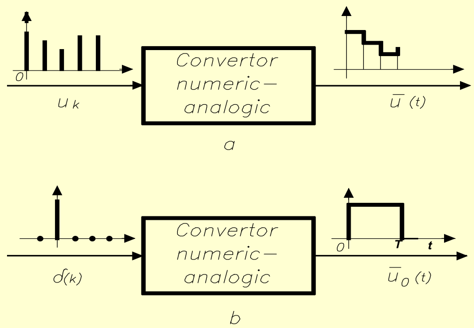


Fig. 1.39

Daca **la intrarea** unui **convertor numeric-analogic** se aplica un **impuls unitar discret *δ(k)***, fig. 1.39.*b*, **la iesire** se obtine **un impuls dreptunghiular** de durata *T* si amplitudine *1*, $\bar{u}_0(t)$ care poate fi exprimat prin

$$\bar{u}_0(t)=\sigma(t)-\sigma(t-T)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & 0\le t<T\\ 0 & t>T.\end{cases} \qquad (1.83)$$

Un impuls intarziat cu *i* pasi definit prin

$$q^{-i}\delta(k)=\delta(k-i)=\begin{cases}1 & k=i\\ 0 & k\neq i\end{cases} \qquad (1.84)$$

determina la iesirea convertorului numeric-analogic un **impuls dreptunghiular** $\bar{u}_i(t)$, de durata *T* si amplitudine *1* pentru
t $\in$ *(iT, (i+1)T)* definit de relatia

$$\bar{u}_i(t) = \sigma(t - iT) - \sigma[t - (i+1)T] = \begin{cases} 0\ ,\ t < iT \\ 1\ ,\ iT \le t < (i+1)T \\ 0\ ,\ t \ge (i+1)T. \end{cases} \quad (1.85)$$

Daca la intrarea convertorului se aplica un **sir de impulsuri** discrete, fiecare de amplitudine *u(i)* definit prin

$$u(k) = \sum_{i=0}^{\infty} u(i)\delta(k - i). \quad (1.86)$$

la iesirea convertorului se va obtine **o functie scara**, amplitudinea fiecarei trepte fiind *u(i),* definita prin

$$\bar{u}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} u(i) \bullet \bar{u}_i(t) \quad (1.87)$$

Alta descriere matematica a convertorului numeric-analogic se obtine **divizând artificial convertorul** în **doua elemente liniare înseriate** L_1 *si* L_2, fig. 1.40. **Elementul** L_1 realizeaza **conversia impulsului unitar discret δ(k)** în **impulsul unitar continuu δ(t). Elementul** L_2, care **converteste impulsul Dirac δ(t)** în functia $\bar{u}_0(t)$ numita si **impuls dreptunghiular unitar** este cunoscut sub denumirea de ***element de retinere de ordin zero*** sau *element de extrapolare de ordin zero.*

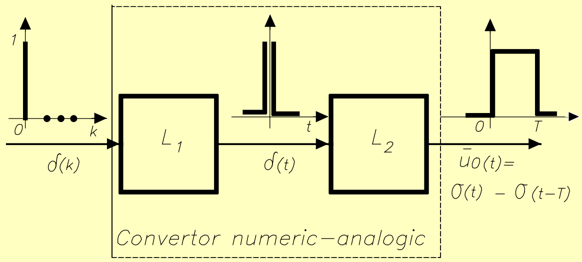


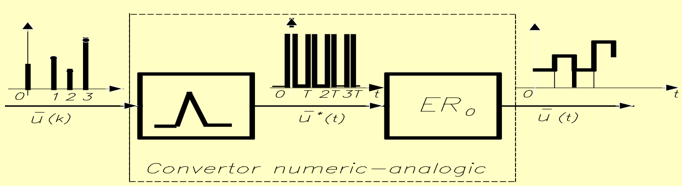
Fig. 1.40

Daca la intrarea convertorului cu structura din fig. 1.40 se aplica un **sir de impulsuri discrete *u(k)*** - (1.86), la iesirea elementului L_1 se obtine un semnal

$$u^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} u(i)\delta(t - iT) \qquad (1.88)$$

care este un sir de impulsuri continue .

În fig. 1.41 sunt reprezentate semnalele din **convertorul numeric-analogic** si simbolurile utilizate pentru elementele componente si pentru convertorul în ansamblu. În graficul semnalului $u^*(t)$ impulsurile nu au aceeasi arie; impulsul la momentul $t = iT$ are aria $u(i)$.



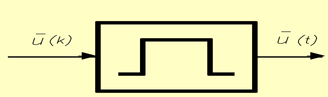


Fig. 1.41

Elementul de retinere de ordin zero nu este un element analogic. Retinerea - memorarea numerica a semnalului $u(k) = u(kT)$, într-un registru (latch).

1.3.4.2-.5. Conversia analog - numerica

- **Conversia analog-numerica** numita si **operatia de esantionare** realizeaza **conversia** unui **semnal continuu** într-un **sir de numere reale**. În procesele tehnice continue conduse cu calculatoare numerice **conversia analog-numerica se aplica marimii de iesire** *y(t)*. Din aceasta cauza marimea de intrare în convertorul analog-numeric din fig. 1.42 s-a notat cu *y(t)*.

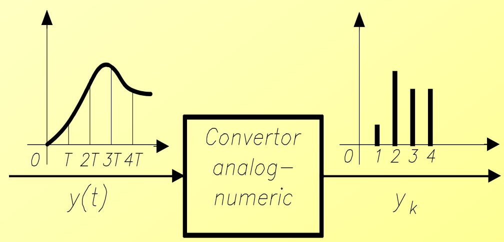


Fig. 1.42

Se considera convertorul analog-numeric constituit din doua elemente liniare, fig. 1.43

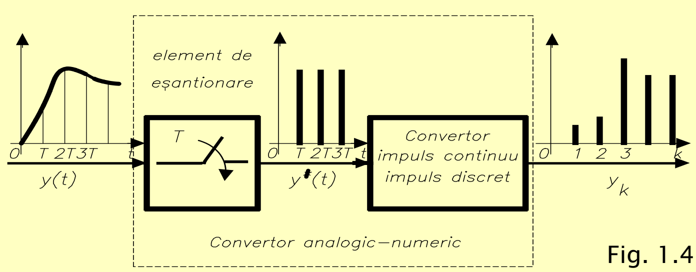


Fig. 1.43

Primul realizeaza conversia functiei continue *y(t)* într-un sir de impulsuri continue

$$y^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT)\delta(t - kT) \qquad (1.89)$$

fiecare impuls având aria *y(kT)*, $k \in$ ***N***. Elementul L_1 se numeste ***element de esantionare***, iar valorile *y(kT)* = *y(k)*, $k \in$ ***Z***, se numesc esantioane ale functiei (semnalului) *y(t)*.

Al doilea element realizeaza conversia sirului de impulsuri $y^*(t)$ în sirul y_k, asociind impulsului $y(kT)\delta(t-kT)$ valoarea numerica $y_k = y(kT)$, $k > 0$. Notatia y_k semnifica faptul ca valoarea termenului k al sirului se obtine înlocuind $t = kT$ în $y(t)$ si nu $t = k$, deoarece perioada de esantionare poate fi diferita de unitate. Acest element efectueaza conversia unui impuls unitar *continuu* într-un impuls unitar *discret*.

Structura din fig. 1.43 este doar teoretica pentru ca impulsul continuu $\delta(t)$ nu este realizabil practic. Simbolul pentru ansamblu convertor analog-numeric este prezentat în fig. 1.44, iar simbolul elementului de esantionare, numit si *esantionator ideal,* este ilustrat în fig. 1.43.

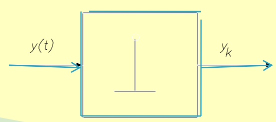


Fig. 1.44

1.4. Interpretarea sistemica a unui proces

- O prima caracterizare a unui proces ce se desfasoara într-o instalatie industriala se poate face prin **evidentierea unui ansamblu** de **fenomene fizice** care implica **transferuri si transformari de masa si energetice**.

Descrierea cantitativa a procesului presupune evidentierea unor **marimi caracteristice** si stabilirea legaturilor cauzale dintre ele, care determina evolutia lor în timp. Pentru instalatia din fig. 1.1 aceste marimi pot fi **debitele de masa si de energie de intrare si de iesire**, **temperatura si nivelul lichidului din rezervor.**

Se noteaza generic cu Q_i **debitele de substanta** si **de energie introduse în rezervor** si cu Q_e **debitele** corespunzatoare **de iesire**, fig. 1.45.

Fig. 1.45

Doua regimuri de functionare :

***a*) regimuri de echilibru stationare** (regimuri stationare) în care sunt îndeplinite conditiile de bilant de masa si de energie pe ansamblu, ce pot fi exprimate prin relatia

$$Q_i = Q_e \qquad (1.90)$$

***b*) regimuri dinamice sau tranzitorii** (regimurile de trecere de la un regim stationar la altul) în care

relatia (1.90) nu mai este respectata

$$Q_i \neq Q_e ; Q_i - Q_e \neq 0 \qquad (1.91)$$

Închiderea dinamica a bilantului se realizeaza acum prin variatia unui **set de marimi unic determinate** si care descriu fenomenele de acumulare (dezacumulare) ce au loc în proces. Aceste marimi se numesc ***marimi de stare***.

Pentru o singura marime de stare, relatia (1.91) se scrie

$$\dot{x} = Q_i - Q_e ; \dot{x} = \frac{dx(t)}{dt}$$

unde $\dot{x}$ - este derivata în raport cu timpul a marimii *x*.

In regimurile stationare marimile de stare sunt **constante, deci**

$$\dot{x} = 0 \;\; ; \; (\; x = const.). \qquad (1.93)$$

În **regimurile tranzitorii marimile de stare variaza** deci

$$\dot{x} \neq 0 \;\; ; \; (\; x \neq const.). \qquad (1.94)$$

Din relatia (1.92) rezulta ca **fenomenele de acumulare** (dezacumulare) **au loc atât timp cât Q_i - $Q_e \neq 0$,** pentru ca

$$x(t) = x(0) + \int_0^t (\; Q_i - Q_e \;) \, d\sigma \, . \qquad (1.95)$$

Din (1.95) rezulta ca daca $\Delta Q = Q_i - Q_e = const.$

atunci procesul de acumulare *($\Delta Q > 0$)* sau de dezacumulare *($\Delta Q < 0$)* nu ar înceta niciodata, adica

$$x(t) = x(0) + \Delta Q \bullet t \, . \qquad (1.97)$$

Ecuatia (1.97) caracterizeaza **procesele fara autoechilibrare**.

Pentru **procese** care poseda **proprietatea de autoechilibrare,** ecuatia (1.92) se scrie sub forma

$$\dot{x} = ax + Q_i - Q_e = ax + \Delta Q \, , \; a < 0. \qquad (1.98)$$

Solutia ecuatiei (1.98) este formata din doua componente

$$x(t) = x_l(t) + x_f(t) \qquad (1.99)$$

$x_l(t)$ este **componenta libera** - regimul tranzitoriu
$x_f(t)$ este **componenta fortata -** regimul fortat.

$x_l(t)$ este solutia ecuatiei omogene $\dot{x} = ax$

$$x_l(t) = C \bullet e^{at} \qquad (1.101)$$

$x_f(t)$ se determina prin metoda variatiei constantei

$$x_f(t) = \beta(t) e^{at} \qquad (1.102)$$

unde $\beta(t)$ este o functie ce urmeaza sa fie determinata astfel ca $x_f(t)$ sa satisfaca ecuatia (1.98). Se gaseste

$$\beta(t) = \int_0^t e^{-a\sigma}(Q_i - Q_e)\, d\sigma \qquad (1.103)$$

$$x_f(t) = \int_0^t e^{a(t-\sigma)}(Q_i - Q_e)\, d\sigma = -\frac{\Delta Q}{a} + \frac{\Delta Q}{a} e^{at}$$

Înlocuind (1.101) si (1.103) în (1.99) se obtine

$$x(t) = C \bullet e^{at} + \int_0^t e^{a(t-\sigma)}(Q_i - Q_e)\, d\sigma . \qquad (1.104)$$

Din satisfacerea conditiei initiale se determina constanta C

$$t = 0 \,;\, x(0) = x_0 = C . \qquad (1.105)$$

Daca ΔQ = *const.*, solutia (1.104) a ecuatiei (1.98) poate fi scrisa

$$x(t) = -\frac{\Delta Q}{a} + \left(x_0 + \frac{\Delta Q}{a} \right) e^{at} \qquad (1.108)$$

$$x_s(t) = x_p(t) = -\frac{\Delta Q}{a}\ ;\ x_t(t) = \left(x_0 + \frac{\Delta Q}{a} \right) e^{at}$$

$x_s(t) = x_p(t)$ este **componenta permanenta** a raspunsului fortat

$x_t(t)$ este **componenta tranzitorie**

Termenul x_0e^{at} determinat de conditiile initiale nenule , termenul $\Delta Q/a)e^{at}$ - determinat de marimea de intrare $u(t) = \Delta Q$

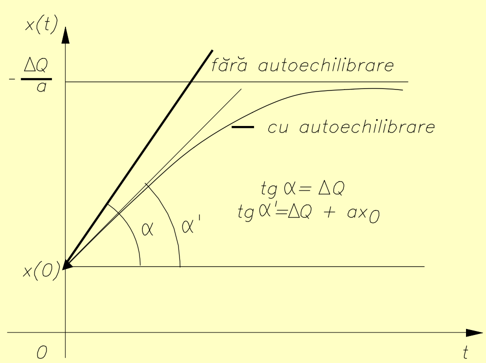


Fig. 1.46

Raspunsurile sistemelor fara autoechilibrare (1.97) si **cu autoechilibrare** (1.106) sunt reprezentate in fig. 1.46.

Din ecuatia (1.98) se obtine pentru regimul stationar urmatoarele relatii

$$ax + Q_i - Q_e = 0 .$$ sau $$Q_i = Q_e - ax \, ; (a < 0).$$

Adica regimul stationar poate corespunde unor debite diferite de substanta sau energie.

Conducerea procesului are ca obiectiv principal mentinerea unor **valori prescrise sau nominale** ale variabilelor de stare,

$$x = x_n .$$ $$Q_i = Q_e - ax_n$$

Variatiilor debitelor de iesire **Q_e** au **caracter perturbator** asupra constantei regimurilor stationare (1.98)

Variatiile debitelor Q_e trebuie compensate printr-o modificare adecvata a debitelor de intrare Q_i,

Modificarea debitului Q_i se realizeaza prin intermediul **marimii de comanda *u***

$$Q_i = bu$$

unde *u* este *marimea de comanda*,
b este un factor de proportionalitate

Efectul perturbator al debitului de iesire Q_e se evidentiaza prin relatia

$$Q_e = - ev$$

unde v **este marimea perturbatoare**, considerata de semn opus debitului Q_e, ; **e - este un factor de proportionalitate**

Calitatea procesului este apreciata printr-un **set de marimi** notate **cu** z si numite ***marimi de calitate***

$z = dx$ d - este un factor de proportionalitate

Se efectueaza masuratori asupra procesului. Se noteaza cu **y marimea masurata**, dependenta de starea x, $y = cx$.

Inlocuind expresiile pentru Q_i si Q_e în relatia (1.98) si adaugând relatiile pentru marimile z si y se obtine:

$$\dot{x} = ax + bu + ev$$

$$y = cx \qquad (1.117)$$

$$z = dx$$

Relatiile (1.117) **exprima interpretarea sistemica elementara** a procesului considerat, asociate cu reprezentarea grafica din fig. 1.47

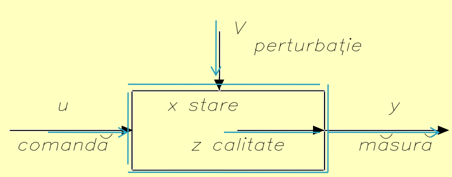
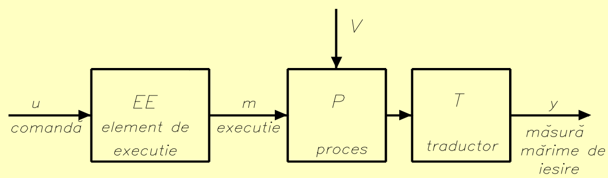


Fig. 1.47

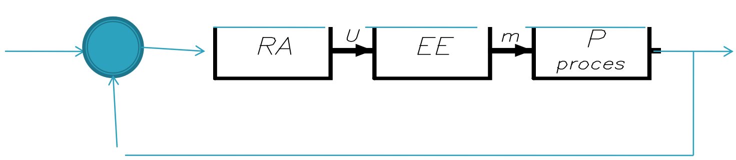
Schema bloc sau schema functionala evidentiaza **principalele parti ale sistemului** si (eventual) **functiile pe care** acestea **le îndeplinesc.**



Fi. 1.48

- **Elementul de executie EE,** fig. 1.48, **„amplifica în putere" comanda *u*,** furnizeaza **marimea de executie *m*** care intervine direct în proces.
- **Traductorul T** **converteste** **marimea de calitate într-o marime fizica** (electrica sau pneumatica) ce poate fi **usor prelucrata** din punct de vedere informatic de elementele de automatizare sau de sistemele de prelucrare automata a datelor.

In **sistemele de reglare automata** , **marimea de comanda** (de conducere) ***u*** se obtine din prelucrarea dupa **un anumit algoritm** a unei **marimi (semnal) de eroare** ε, dat de diferenta dintre **valoarea dorita** (impusa) y^* (sau referinta $r = z$) **a marimii de iesire** si **valoarea reala** a acestei marimi y, fig. 1.49.



1.5. Sisteme dinamice
1.5.1. Definirea notiunii de sistem dinamic

- Se asociaza **notiunii de proces fizic (sistem real)** un ***sistem abstract*** care constituie, de obicei, **o *imagine* idealizata** a fenomenelor reale.
- Sistemul abstract este descris de **un model matematic** care **expliciteaza proprietatile** cunoscute ale **sistemului real.**
- Un **model matematic** *Σ* este un **set de ecuatii** care descrie comportarea unui **sistem real (proces fizic)** ***S*** si care **utilizeaza marimile introduse** (marimile: de stare- x, de calitate- z, de comanda- u , de masura -y, perturbatoare –v) si exprima legaturile cauzale dintre acestea.

Prin **sistem dinamic** se întelege **modelul matematic** al unui **sistem real** (proces fizic). Sistemele dinamice prezinta un grad mare de abstractizare: procese fizice de naturi diferite sunt descrise de modele matematice asemanatoare.

Prin generalizarea dimensionala a ecuatiilor (1.117) se obtine

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ev(t)$$

$$y(t) = Cx(t)\,;\; z(t) = Dx(t) \qquad (1.118)$$

unde *x, y, z, u, v* - sunt acum vectori ai unor spatii liniare (euclidiene) finit dimensionale; *A, B, C, D, E* - sunt matrici constante de dimensiuni corespunzatoare.

- $x \in R^n$ este marimea de stare, $u \in R^m$ este marimea de comanda, $v \in R^r$ este marimea perturbatoare, $y \in R^p$ este marimea masurata, $z \in R^q$ este marimea de calitate

$A \in R^{nxn}$, $B \in R^{nxm}$, $C \in R^{pxn}$, $D \in R^{qxn}$, $E \in R^{nxr}$.
Ecuatiilor (1.118) le corespunde reprezentarea din fig. 1.50.

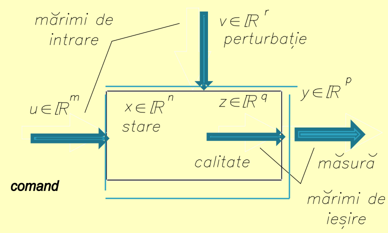


Fig. 1.50

Daca matricile *A, B, C, D, E* contin elemente care sunt functii continue în timp ecuatiile (1.118) iau forma generala

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + E(t)v(t) \qquad (1.119)$$
$$y(t) = C(t)x(t)\,;\; z(t) = D(t)x(t)$$

Ecuatiile (1.118), (1.119) se pot scrie compact astfel

$$\dot{x}(t) = f\,(t,\; x(t),\; u(t),\; v(t)) \qquad (1.120)$$
$$y(t) = g\,(t,\; x(t));\;\; z(t) = h(t,\; x(t))$$

unde $f: F \to R^n$, $g: G \quad R^p$, $h: H \to R^q$ cu $F \subset R \times R^n \times R^m \times R^r$; $G,H \subset R \times R^n$.

Daca **marimea de comanda u** si **cea perturbatoare v se reunesc** si formeaza **marimea de intrare** notata abuziv tot cu ***u***; de asemenea **marimile de calitate** si **de masura** se reunesc rezultând marimea de iesire, **notata** abuziv tot cu ***y,*** ecuatiile (1.120) devin

$$\dot{x} = f\,(\,t, x, u) \qquad (1.121)$$
$$y = g\,(\,t, x\,)$$

unde $u \in R^m$, $y \in R^p$ reprezinta respectiv **marimea de intrare** si **marimea de iesire**, $x \in R^n$ este **marimea de stare**.

Definitia 1.1. Se numeste **sistem dinamic neted tripletul (*Ω, f, g*) caracterizat matematic de ecuatiile (1.121) unde**
1) **Ω** = { ω : **T** → **U** }; Ω este multimea functiilor *ω*: **T** → **U**, ***ω(t): R*** → R^m; **Ω este clasa functiilor admisibile de intrare*; U* este multimea valorilor** *pe care* **le poate lua marimea de intrare u(t); *ω(t)* este o anumita evolutie a variabilei de intrare *u* admisa de sistem: *ω = { u(t)* │ *t*∈*T***, ***u(t)*** ∈ ***U*** }; Π_t ***ω(t)= u(t)***; Π_t *este un operator ce extrage din* ***Ω*** *functia* ***ω(t) = u(t)*. T ⊆ R este multimea valorilor *pe care le ia variabila independenta timpul t*;**

2) $f: R \times R^n \times R^m \rightarrow R^n$ este o functie continua,

3) $g: R \times R^n \times R^m \rightarrow R^p$ este o functie continua

Conditiile 1) si 2) asigura existenta locala a **solutiei ecuatiei diferentiale** $\dot{x} = f(t, x, u)$ pentru orice comanda *u(t)* ∈ **U** *si conditie initiala* $x(\tau) = x_\tau$, solutie care se scrie

$$x(t) = \varphi(t, \tau, x, \omega) \qquad (1.123)$$

Multimea $\{\varphi(t, \tau, x_\tau, \omega) \mid t \in R\}$ se numeste ***traiectorie de stare***, care trece prin x_τ la momentul τ.

Functia $\varphi(t, \tau, x_\tau, \omega)$ se numeste ***functie de tranzitie* a starilor**.

Pentru **sistemele dinamice netede variabila independenta timpul *t*** este definita pe **multimea T inclusa** în **multimea numerelor reale R.**

Daca **timpul *t*** este definit pe **multimi T incluse în multimea numerelor întregi Z** sistemele dinamice se numesc ***sisteme dinamice discrete în timp***. Si ecuatiile sistemului dinamic se pot scrie astfel

$$x((k+1)T) = f(kT, x(kT), u(kT))$$
$$y(kT) = g(kT, x(kT)); k \in Z \qquad (1.124)$$

Considerând timpul normat *t/T= kT/T=k (notat abuziv k = t)*

$$x(k+1) = f(k, x(k), u(k))$$
$$y(k) = g(k, x(k)); k \in Z \qquad (1.125)$$

În ecuatiile (1.124), (1.125) *x, u, y* au aceleasi semnificatii ca în cazul sistemului (1.121).

Definitia 1.2. Se numeste sistem dinamic discret tripletul (Ω, *f, g*) caracterizat de ecuatiile (1.124) sau (1.125) în care:

1) $\Omega = \{ \omega : \mathbf{Z} \to R^m \}$;
2) $f : \mathbf{Z} \times R^n \times R^m \to R^n$ continua în raport cu *x* si *u*.
3) $g : \mathbf{Z} \times R^n \to R^p$ continua în raport cu *x*.

1.5.2. Definitia axiomatica a sistemelor dinamice

- *Definitia 1.3.* Se numeste sistem dinamic octuplul $\Sigma = (\mathbf{T}, \mathbf{U}, \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \boldsymbol{\Gamma}, \varphi, g)$ în care:
  1) $\mathbf{T} \subset \mathbf{R}$, multimea momentelor de timp cu ordonare naturala din R. În mod obisnuit $\mathbf{T} = \mathbf{R}$ sau $\mathbf{T} = \mathbf{Z}$;
- 2) **U** – multimea valorilor marimii de intrare *u(t)*; $\mathbf{U} \subset \mathbf{R}^m$
- 3) $\boldsymbol{\Omega} = \{ \omega(t) : \mathbf{T} \to \mathbf{U} \}$ clasa functiilor admisibile de intrare: $\omega(t) = \{ u(t) \mid t \in \mathbf{T}, u(t) \in \mathbf{U} \}$; $\Pi_t\, \omega(t) = u(t)$;
- 4) $\mathbf{X} \subset \mathbf{R}^n$ – spatiul starilor;
- 5) **Y** – multimea valorilor marimii de iesire *y(t)*; $\mathbf{Y} \subset \mathbf{R}^p$;
- 6) $\boldsymbol{\Gamma} = \{ \gamma(t) : \mathbf{T} \to \mathbf{Y} \}$; $\gamma(t) = \{ y(t) \mid t \in \mathbf{T}, y(t) \in \mathbf{Y} \}$;

  $\Pi_t\, \gamma(t) = y(t)$; Π_t - operator ce extrage din Γ functia $\gamma(t) = y(t)$;

7) φ : **T x T x X x Ω** $\rightarrow$ **X** - **functia de tranzitie a starilor;**
8) *g* : **T x X** $\rightarrow$ **Y** - **functia de iesire** - exprima evolutia variabilei de iesire determinata de evolutiile variabilelor de intrare *u(t)* si de stare *x(t)*.

Se considera adevarate urmatoarele **axiome:**

A_1. **Netrivialitatea** $\Omega \neq \emptyset$ Ω este o multime nevida

A_2. **Concatenaritatea**

$$\omega_3(t_1,t_2)=\omega_1(t_1,t_2);\omega_3(t_2,t_3)=\omega_2(t_2,t_3). \quad (1.127)$$

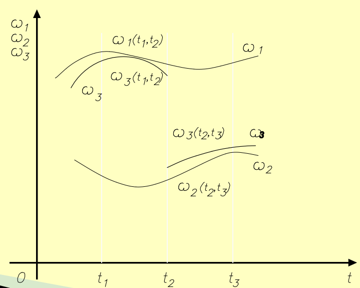


Fig. 1.51

$t_1 < t_2 < t_3$ si
$\omega_1(t), \omega_2(t) \in$ **Ω**,

A_3 **Directivitatea** (orientabilitatea) - **functia de tranzitie a starilo**r este definite **pentru orice** $t \geq \tau$.

A_4. **Consistenta** – arata ca $\varphi(t, \tau, x_\tau, \omega) = x(\tau)$ pentru $\tau \in$ **T**, $x_\tau \in$ **X**, $\omega \in$ **Ω**.

A_5. **Compozabilitatea** (tranzitivitatea)

$$\varphi(t_3,t_1,x_\tau,\omega)=\varphi(t_3,t_2,\varphi(t_2,t_1,x_\tau,\omega),\omega) \quad (1.128)$$

$t_1 < t_2 < t_3$ arbitrar alese în **T**, $\omega \in$ **Ω**, $x_\tau \in$ **X**,

A_6. **Cauzalitatea.** Fie ω si ω' doua intrari arbitrare în **Ω**, $\tau < t$

$$\omega(\tau,t)=\omega'(\tau,t). \quad (1.129)$$

$$\varphi(t,\tau,x_\tau,\omega)=\varphi(t,\tau,x_\tau,\omega');(\forall)t\in[\tau,t]. \quad (1.130)$$